

ГБУ ДО Центр «Интеллект»

Олимпиада по математике, 6 класс

2026 г.

В каждой из задач необходимо привести полное обоснованное решение.

- На доске начертили две параллельные прямые линии. На одной прямой отметили ровно 6 точек, а на другой - ровно 7 точек. Затем каждую точку на первой прямой соединили отрезком с каждой точкой на второй прямой. Получилась сетка из множества отрезков. В местах, где эти отрезки пересекаются, поставили красную точку. Важное условие: получилось так, что никакие три отрезка не пересекаются в одной и той же точке.

Сколько всего красных точек было поставлено на доске?

- Перед Алисой и Федором лежит прямоугольная таблица размером 10×30 клеток. Они по очереди, начиная с Алисы, отмечают квадрат по линиям сетки (любого размера) и закрашивают его. Выигрывает тот, кто покрасит последнюю клетку. Дважды закрашивать клетки нельзя. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?

- На далеком острове живут благородные эльфы и хитрые тролли. Каждый эльф всегда говорит только правду, а каждый тролль всегда лжет. К сожалению, выглядят эльфы и тролли совершенно одинаково, и никогда на первый взгляд не определишь, кто перед тобой. Друг про друга все островитяне знают, кто кем является — эльфом или троллем.

20 островитян приехали на турнир по настольным играм. В первый день турнира все собравшиеся сели за круглый стол, и перед началом каждый заявил: “Оба моих соседа тролли”. Во второй день один островитянин заболел, и за круглый стол сели только 19 игроков. На этот раз каждый сказал: “Раса обоих моих соседей отличается от моей”. Кто заболел: эльф или тролль?

- София решила проверить эрудированность Михаила. А чтобы было веселее, за каждый правильно данный ответ Михаил получал по 4 жетона, а за каждый неправильный София забирала у Михаила 6 жетонов. Всего София задала 20 вопросов, в начале у Михаила было 100 жетонов, а в конце — 120. На сколько вопросов Михаил ответил правильно?

- Алиса расставила по окружности цифры от 1 до 9 в некотором порядке, причем каждую цифру она использовала ровно по одному разу. Борис записал на бумажке всевозможные (различные) трехзначные числа, которые могут быть прочитаны, двигаясь по часовой стрелке. Чему будет равна сумма этих чисел?

- На доске нарисован клетчатый прямоугольник 2×3 . Отметили все вершины шести клеток, из которых он состоит. Попробуйте разрезать этот прямоугольник на 6 треугольников с вершинами в отмеченных точках, из которых 2 тупоугольных, 2 прямоугольных и 2 остроугольных?

ГБУ ДО Центр «Интеллект»

Олимпиада по математике, 6 класс

Решения и критерии проверки.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Максимальное количество баллов, которое может получить участник, равно 42.

Общие критерии оценивания решений.

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6	Верное решение, но имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение.
5	Решение в целом верное. Однако оно содержит ошибки, либо пропущены случаи, не влияющие на логику рассуждений.
4	В том случае, когда решение задачи делится на две равноценные части — решение одной из частей.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

- На доске начертили две параллельные прямые линии. На одной прямой отметили ровно 6 точек, а на другой - ровно 7 точек. Затем каждую точку на первой прямой соединили отрезком с каждой точкой на второй прямой. Получилась сетка из множества отрезков. В местах, где эти отрезки пересекаются, поставили красную точку. Важное условие: получилось так, что никакие три отрезка не пересекаются в одной и той же точке.

Сколько всего красных точек было поставлено на доске?

Ответ. $15 \cdot 21 = 315$ точек.

Решение. Рассмотрим два произвольных пересекающихся отрезка. Им можно сопоставить четверку концов этих отрезков, причем два конца будут лежать на одной прямой и два на другой. Наоборот, каждой четверке концов отрезков, в которой две точки лежат на одной прямой, а две на другой, соответствует ровно одна красная точка — точка пересечения диагоналей четырехугольника с вершинами в тех четырех точках. Значит, красных точек столько же, сколько четверок концов отрезков, в которых две точки лежат на одной прямой и две на другой. Посчитаем указанные четверки. Сначала выбираем две точки на прямой с 6 точками. Отметим сразу, что порядок, в котором мы выбираем эти точки, нам не важен. Поэтому, после того, как

мы $6 \cdot 5 = 30$ способами выберем пару упорядоченных точек, нам нужно поделить это количество на 2, так как каждая неупорядоченная пара точек учтена в числе 30 дважды. Итого получаем $30 : 2 = 15$ способов выбрать неупорядоченную пару точек. Аналогичными рассуждениями получаем, что с другой прямой неупорядоченную пару точек можно выбрать $7 \cdot 6 : 2 = 21$ способом. Чтобы получить искомую четверку точек, нам нужно совместить пару точек с одной прямой и пару точек с другой прямой. Так как каждой паре точек с одной прямой может соответствовать любая пара точек с другой прямой, количества пар точек нужно перемножить: $15 * 21 = 315$ четверок, и столько же красных точек.

- Перед Алисой и Федором лежит прямоугольная таблица размером 10×30 клеток. Они по очереди, начиная с Алисы, отмечают квадрат по линиям сетки (любого размера) и закрашивают его. Выигрывает тот, кто покрасит последнюю клетку. Дважды закрашивать клетки нельзя. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?

Ответ. Алиса.

Решение. Приведем стратегию за Алису, позволяющую ей победить. Отметим первым ходом квадрат 10×10 , расположенный по центру, и закрасим его. Тем самым таблица разобьется на две отдельные не связанные друг с другом части. Дальше будем ходить симметрично, то есть повторять ходы Федора на другой части. Заметим, что если до очередного хода Федора у Алисы получалось ходить симметрично, то после хода Алисы части были симметричны. Значит, как бы ни сходил Федор, Алиса может повторить в точности такой же ход на другой части. Итак, мы доказали, что Алиса всегда может сходить согласно стратегии. Это означает, что она не проигрывает. Но при этом не позже, чем через $10 \cdot 30 = 300$ ходов, то есть когда будут точно закрашены все клетки, игра закончится. Значит, кто-то проигрывает. Это точно не Алиса, значит, проигрывает Федор, а Алиса выигрывает.

- На далеком острове живут благородные эльфы и хитрые тролли. Каждый эльф всегда говорит только правду, а каждый тролль всегда лжет. К сожалению, выглядят эльфы и тролли совершенно одинаково, и никогда на первый взгляд не определишь, кто перед тобой. Друг про друга все островитяне знают, кто кем является — эльфом или троллем.

20 островитян приехали на турнир по настольным играм. В первый день турнира все собравшиеся сели за круглый стол, и перед началом каждый заявил: “Оба моих соседа тролли”. Во второй день один островитянин заболел, и за круглый стол сели только 19 игроков. На этот раз каждый сказал: “Раса обоих моих соседей отличается от моей”. Кто заболел: эльф или тролль?

Ответ. Эльф.

Решение. Рассмотрим рассадкуaborигенов во второй день. Рядом с каждым эльфом сидят два тролля. Более того, ни с одним из этих троллей никакие другие эльфы рядом не сидят, иначе он скажет правду. Отсюда следует, что на каждого эльфа приходится не менее двух троллей, поэтому эльфов не больше трети от собравшихся, значит, не больше 6. В первый же день никакие три тролля не могут сидеть подряд. Рассмотрим одного эльфа и любого его соседа. Всех

остальных разобьем на тройки подряд сидящих. В каждой такой тройке сидит хотя бы один эльф. Значит, всего эльфов не меньше 7. Таким образом, во второй день эльфов было меньше, чем в первый. Поэтому заболел эльф.

4. София решила проверить эрудированность Михаила. А чтобы было веселее, за каждый правильно данный ответ Михаил получал по 4 жетона, а за каждый неправильный София забирала у Михаила 6 жетонов. Всего София задала 20 вопросов, в начале у Михаила было 100 жетонов, а в конце — 120. На сколько вопросов Михаил ответил правильно?

Ответ. 14.

Решение. Если бы Михаил ответил правильно на все вопросы, то он получил бы в добавок к имеющимся у него жетонам $20 \cdot 4 = 80$ жетонов. Но на самом деле он получил лишь $120 - 100 = 20$ жетонов. То есть Михаил получил на $80 - 20 = 60$ жетонов меньше, чем мог бы. Каждая ошибка вместо правильного ответа отнимает от заработанных Михаилом жетонов 10: он не получает 4 жетона за правильный ответ, и кроме того, София забирает у него еще 6 жетонов за неверный ответ. Как мы посчитали выше, Михаил получил на 60 жетонов меньше, чем мог бы, ответив на все вопросы правильно. А так как каждая ошибка отнимает 10 жетонов от этого максимума, то мы получаем, что ошибок было $60 : 10 = 6$. Значит, Михаил дал $20 - 6 = 14$ правильных ответов.

5. Алиса расставила по окружности цифры от 1 до 9 в некотором порядке, причем каждую цифру она использовала ровно по одному разу. Борис записал на бумажке всевозможные (различные) трехзначные числа, которые могут быть прочитаны, двигаясь по часовой стрелке. Чему будет равна сумма этих чисел?

Ответ. $45 \cdot 111 = 4995$.

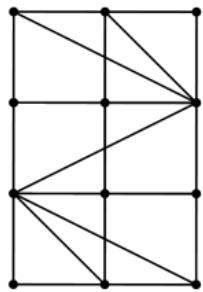
Решение. Будем складывать числа, выписанные Борисом, по разрядам. Заметим, что в разрядах единиц все цифры от 1 до 9 встречаются по одному разу. Поэтому сумма всех цифр в этом разряде будет равна $1+2+\dots+9 = 45$. То же верно и для других разрядов: цифры в разряде десятков тоже в сумме дают 45, поэтому к сумме девяти чисел они дадут $45 \cdot 10 = 450$. Цифры в разряде сотен дадут к сумме десяти чисел $45 \cdot 100 = 4500$. Сложим полученные по разрядам суммы: $45 + 450 + 4500 = 4995$, только такой и может быть сумма чисел, выписанных Борисом.

6. На доске нарисован клетчатый прямоугольник 2×3 . Отметили все вершины шести клеток, из которых он состоит. Попробуйте разрезать этот прямоугольник на 6 треугольников с вершинами в отмеченных точках, из которых 2 тупоугольных, 2 прямоугольных и 2 остроугольных?

Ответ. Да, можно.

Решение. Один из возможных примеров разрезания указан на рисунке. Комментарий. Конечно, для полного решения в данном случае достаточно привести любой пример. Но для его построения полезны какие-то дополнительные соображения. В этой задаче разумно начать разбиение с остроугольных треугольников: дело в том, что их на этой картинке можно отметить очень малым числом способов! А так, чтобы еще и сразу 2, так вообще буквально единственным

способом с точностью до поворота картинки. Остальная же часть разрезания уже



восстанавливается однозначно.