## 7 класс

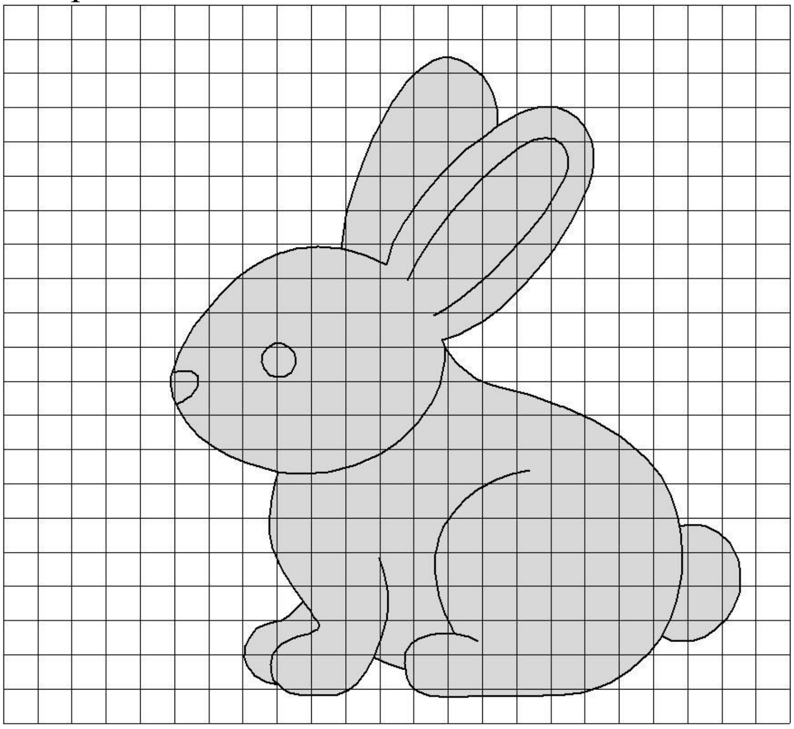
1. «Зайчик»

Семиклассник Емельян очень любит рисовать карандашом. Совсем недавно он изучил строение вещества и решил посчитать:

а) Количество слоёв графита в толще линии;

б) Какая масса графита будет истрачена на то, чтобы нарисовать зайчика на клетчатой бумаге так, как показано на рисунке.

Помогите Емельяну с расчётами, если известно, что плотность графита $\rho = 2\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, ширина клетки $d_0 = 0{,}5$ см, расстояние между слоями в графите $h = 0{,}335$ нм, а толщина линии, получаемой механическим карандашом, равна $d = 0{,}2$ мм. Толщину контура частей зайчика считать такой же, как и в других заштрихованных местах.



***Возможное решение:***

1. Пусть $d = 0{,}2$ мм, а $h = 0{,}335$ нм. Тогда если пренебречь размером слоя молекул, количество слоёв графита в линии равно $N = \frac{d}{h} = \frac{0{,}2\text{мм}}{0{,}335\text{ нм}} = 0{,}6\ \cdot 10^6$;

2. Площадь зарисованной области $S = N_1 S_0 + \frac{N_2}{2} S_0 = 42{,}13\text{ см}^2$, где $N_1 = 135$ – число полностью зарисованных клеточек, $N_2 = 77$ – число частично зарисованных клеточек, а $S_0$– площадь клеточки. Тогда $S_0 = d_0^2 = 0{,}25\text{ см}^2$, где $d_0$- ширина клетки.

3. Объём истраченного на рисунок графита будет равен $V = Sd$, а масса $m = V * \rho = Sd\rho = (N_1 S_0 + \frac{N_2}{2} S_0)d\rho = 0{,}32$ г.

***Система оценивания задачи:***

1. Найдено количество слоёв графита – **2 балла**
2. Найдена площадь зарисованной области (с точность до целых) – **4 балла**
3. Написана формула для вычисления объёма графита – **2 балла**
4. Найдена масса истраченного графита – **2 балла**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

2. «Колонна авто»

   Колонна автомобилей выехала из Новосибирска в Томск с интервалами между выездами, равными $t_1 = 10$ минут. По приезде в Томск каждый автомобиль загружают в течение двух минут, после чего они едут обратно в Новосибирск со скоростью, меньше изначальной на 8 км/ч. На пути туда и обратно автомобили едут с постоянными скоростями $v_1$ и $v_2$ соответственно.

   Рассчитайте эти скорости, если известно, что автомобили на обратном пути встречали другие автомобили каждые пять минут.

***Возможное решение:***

1. По условию задачи: $v_1 = v_2 + 8$;
2. Расстояние между автомобилями на пути в Томск равно расстоянию, которое пройдёт первый автомобиль до выезда второго: $l_1 = v_1 * t_1$;
3. Пока загружают автомобиль в Томске, следующий за ним приближается на расстояние $l = v_1 * t$;
4. Оставшееся расстояние между автомобилями до встречи они проходят со скоростью $v = v_1 + v_2 = 2v_2 + 8$;
5. Т.о. $(v_2 + 8) * (t_1 - t) = (2v_2 + 8)t_2$, где $t_2 = 5$ минут, $t = 2$ минуты.
6. Решая систему уравнений, получим $v_1 = 20\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}$ и $v_2 = 12\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

***Система оценивания задачи:***

Верно записано соотношение между скоростями – **1 балл**

Выражено начальное расстояние между соседними автомобилями – **1 балла**

Выражено расстояние между соседними автомобилями после загрузки первого – **2 балла**

Найдена скорость сближения автомобилей – **2 балла**

Найдена скорость автомобилей «туда» **– 2 балла**

Найдена скорость автомобилей «обратно» – **2 балла**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

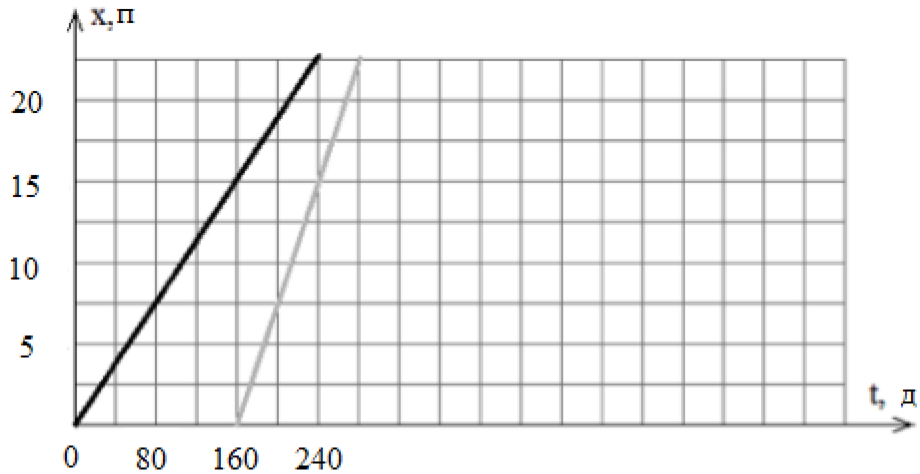
3. «Непривычные единицы»

   На Руси были непривычные для нас единицы измерения не только расстояний, но и времени. Например, в одном дне было 16 «часов», «час» состоял из 144 «частей», каждая «часть» из 1296 «долей».

   Представьте, что двое крестьян неодновременно выходят из деревни и идут по одной прямой тропинке (их скорости постоянны и различны). На рисунке показаны графики зависимостей их координат x (ось OX направлена вдоль дороги, расстояние указано в пядях) от времени t (время указано в «долях»). Деревня находится в начале координат.

   Зная, что 1 пядь ≈ 23 см (расстояние между концами большого пальца и мизинца), найдите чему равна скорость крестьянина, который идёт быстрее? Ответ укажите в м/с, округлив до целого числа.

   На каком расстоянии от деревни крестьяне встретятся? Ответ укажите в м, округлив до целого числа.




***Возможное решение:***

1. $1\ \text{день} = 24 * 3600\ \text{с}$ и $1\ \text{день} = 16 * 144 * 1296\ \text{"долей"}$. Приравняв две правые части равенств и выразив 1 секунду, получим $1\ \text{с} = 34{,}56\ \text{"долей"}$.
2. По графику видно, что тот, кто стартовал позже, движется быстрее, поскольку за меньшее время проходит большее расстояние. Скорость более быстрого равна $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15}{80}\frac{\text{п}}{\text{д}} = \frac{3}{16}\frac{\text{п}}{\text{д}} = \frac{3}{16} * \frac{23\text{см}}{\frac{1}{34{,}56}\text{с}} = 1{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.
3. Встретятся они в момент времени 320 «долей», т.е. на расстоянии 30 пядей или 7 м.

***Система оценивания задачи:***

Выражена 1 секунда через количество «долей» - **3 балла**

Показано, кто из крестьян движется быстрее – **2 балла**

Найдена скорость более быстрого крестьянина - **3 балла**

Найдено расстояние от деревни до места встречи – **2 балла**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

4. «Константановый провод»
   Вычислите массу меди в константановом цилиндрическом проводе, если масса провода равна 410 г, никеля в проводе примерно 39%, а плотность провода равна 8,8 $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.
   *Примечание*: константан – сплав меди, марганца и никеля. Плотность меди равна 8,96 $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, плотность никеля – 8,9 $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, а марганца – 7,21 $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

***Возможное решение:***

1. Пусть первое вещество – никель, второе – медь, а третье – марганец. Тогда в задаче просят найти массу второго вещества, $m = 410$ г, $m_1 = 0{,}39m$.
2. Общая масса есть сумма масс частей $m = m_1 + m_2 + m_3$=>$m_2 + m_3 = 0{,}61m$.
3. Средняя плотность $\rho_{\text{ср}} = \frac{m}{V}$ => $V = \frac{m}{\rho_{\text{ср}}}$.
4. Общий объём есть сумма объёмов частей $V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \frac{m_3}{\rho_3}$.
5. Решая систему уравнений получим, что $m_2 = 213$ г.

***Система оценивания задачи:***

Написано выражение для общей массы – **2 балла**
Написано определение средней плотности – **2 балла**
Написано выражение для общего объёма – **2 балла**
Решена система уравнений и найдена масса меди – **4 балла**
***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

## 8 класс

1. «Самолётики»

Однажды моряк Анатолий решил уйти в дальнее плавание.
Анатолий пускал бумажные самолётики в сторону берега с заранее заготовленными посланиями своему другу Николаю, который его провожал в путь. Вдруг, поднялся ветер и начал сносить очередной самолётик вбок сразу после его пуска Анатолием. Николай побежал за самолётиком вдоль берега, успев его поймать в четырёх метрах от того места, где стоял изначально. Какова была величина скорости ветра, в среднем, если расстояние от Анатолия до Николая поначалу было 3 м, стояли они напротив друг друга, а корабль в момент пуска этого самолётика уже отходил перпендикулярно берегу со скоростью 3,6 км/ч. До отправления корабля самолётик долетал до Николая за 1,5 секунды. Силами сопротивления воздуха и пройденным кораблём расстоянием пренебречь.

***Возможное решение:***

1. Движение самолётика по горизонтали можно считать равномерным и прямолинейным, так как силы, действующие на самолётик, действуют вертикально.
2. До отправления самолётик пролетал до Николая расстояние $s_1 = 3$ м за $t_1 = 1{,}5\ c$ => $v_1 = \frac{s_1}{t_1} = 2\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.
3. Так как корабль движется в момент пуска самолётика, то скорость самолётика относительно берега становится меньше начальной на величину скорости корабля $v_2 = v_1 - v$, где $v = 3{,}6\,\frac{\text{км}}{\text{ч}} = 1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Следовательно, $v_2 = 1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ .
4. Движение перпендикулярно берегу и вдоль берега можно рассматривать отдельно, так как результирующее перемещение есть сумма двух других (принцип суперпозиции или независимости движений).
5. Время, за которое до берега долетит самолётик равно $t_2 = \frac{s_1}{v_2} = 3$ с.
6. Так как ветер сносит самолётик вбок, время, за которое самолётик долетит до берега ($t_2$), и время между пуском самолёта и тем, как Николай его поймает ($t$), равны.
7. Средняя скорость ветра $u = \frac{s}{t}$, где $s = 4$ м. Следовательно, $u = \frac{4}{3}\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

***Система оценивания задачи:***

Указано, почему движение самолётика можно считать равномерным и прямолинейным – **2 балла**

Найдена скорость, с которой самолётики летели до Николая до появления ветра и отправления корабля – **1 балл**

Найдена скорость, с которой будет лететь последний самолётик – **2 балла**

Показано (так или иначе), что движения вдоль берега и перпендикулярно ему можно рассматривать отдельно – **2 балла**

Найдено время, за которое самолётик долетит до берега – **1 балл**

Показано, что время движения вдоль берега и перпендикулярно ему одно и то же – **1 балл**

Найдена средняя скорость ветра – **1 балл**

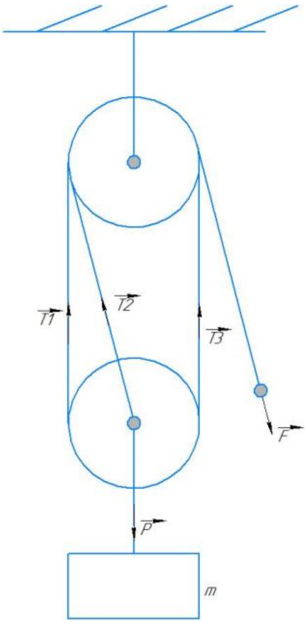
***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

2. «Необычная сборка»

Вам дано два блока, нить, штатив и груз массой 300г. Придумайте установку, с помощью которой вблизи поверхности Земли можно поднять данный груз на высоту, равную 5 м, действуя постоянной силой F=1 Н на свободный конец нити. Дайте обоснование такой сборке. Какую при этом сила F совершит работу? Массой блоков и трением в блоках пренебречь.

***Возможное решение:***

1. Вес груза равен силе тяжести, действующей на груз, по величине и в три раза больше, чем сила F.
2. Следовательно, требуется собрать установку, дающую выигрыш в силе в три раза.
3. Выигрыш в силе в системе блоков происходит при помощи распределения веса по частям нити. В этой задаче требуется распределить вес по трём частям нити.
4. Возможная схема:




5. Т.к. трения нет, а блоки невесомы => выполняется "золотое правило" механики, т.е. выигрыш в силе такой же будет, как и проигрыш в расстоянии. Следовательно, расстояние, пройденное точкой приложения нити – $s = 15$ м.
6. $A = F * s = 15$ Дж

***Система оценивания задачи:***

Найдено соотношение между весом груза и силой F – **1 балл**

Сказано, что установка должна давать выигрыш в силе, равный 3 – **2 балла**

Сказано, что вес должен быть распределён по частям нити – **1 балл**

Предложена схема – **4 балла**

Использовано «золотое правило» механики для получения расстояния $s$ – **1 балл**

Рассчитана работа силы F – **1 балл**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

3. «Неравноплечие весы»

Восьмиклассница Марина при проведении домашнего опыта с измерением массы жидкости на неравноплечих весах просыпала сахар в сосуд с жидкостью. Помогите Марине узнать, сколько сахара она просыпала, если известно, что для уравновешивания весов груз массой M=50г со второй чаши весов и сосуд с жидкостью пришлось поменять местами. Длина рычага весов равна L=20 см, одно плечо длиннее другого на 2 см.

***Возможное решение:***

1. Давление жидкости на дно сосуда равно $p = \rho_ж gh + \frac{mg}{s}$=> Вес сосуда с жидкостью увеличился на $P_2 - P_1 = mg$.
2. Правило рычага для начальной ситуации $P_1 l_1 = Mgl_2$.
3. Правило рычага для конечной ситуации $P_2 l_2 = Mgl_1$.
4. Длина рычага $L = l_1 + l_2$, $l_1 = l_2 + 2$.
5. Решая систему уравнений, получим $m = 20$ г.

***Система оценивания задачи:***

Указано, как изменится давление на дно сосуда из-за растворения сахара – **2 балла**

Записано правило рычага для первого случая – **2 балла**

Записано правило рычага для второго случая – **2 балла**

Выражена длина плеч – **1 балл**

Найдена масса сахара – **3 балла**

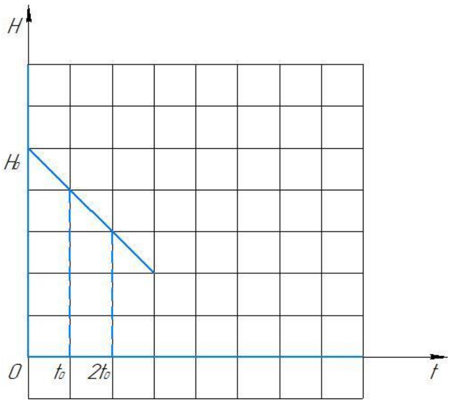
***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

4. «Поливальная машина»

Петру с помощью поливальной машины требуется полить грядки тонким слоем воды толщиной 2 см. Отверстие в баке находится у самого дна, имеет форму круга и площадь его сечения равна 10 см$^2$. Найдите:

1) Площадь грядок, поливаемую в единицу времени струёй требуемой толщины;
2) Как зависит скорость истечения жидкости из бака от времени, если уровень воды в баке уменьшается со временем так, как показано на графике?
3) Время, требуемое на полив всех грядок.

Бак имеет форму цилиндра с площадью основания 4,2 м$^2$. Площадь грядок равна 15 м$^2$, все они находятся недалеко от поливальной машины. $H_0 = 1{,}4$ м; $t_0 = 10$ мин.




***Возможное решение:***

1. Введём понятие расхода жидкости – количества жидкости, выливаемого в единицу времени. $Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = S\frac{\Delta H}{\Delta t} = 1{,}96 * 10^{-3}\frac{\text{м}^3}{\text{с}}$, $S = 4{,}2\ \text{м}^2$– площадь основания цилиндра.
2. Из графика видно, что расход жидкости в баке постоянный. Он равен также количеству жидкости, выходящей из отверстия бака в единицу времени.
3. Тогда $Q = \frac{s\Delta L}{\Delta t} = sv$, где $s = 10\ \text{см}^2$, $v$ – скорость истечения жидкости из бака.
4. Из п. 1-3 => $v = \frac{S}{s}\frac{\Delta H}{\Delta t} = 4{,}2 * 10^3 * \frac{0{,}28}{600}\frac{\text{м}}{\text{с}} = 1{,}96\frac{\text{м}}{\text{с}}$, скорость получилась постоянной.
5. Площадь, поливаемая в единицу времени может быть также рассчитана через расход жидкости $S_\text{п} = \frac{S\frac{\Delta H}{\Delta t}}{d} = 1{,}96 * \frac{10^{-3}\frac{\text{м}^3}{\text{с}}}{2*10^{-2}} = \frac{0{,}098\ \text{м}^2}{\text{с}}$.
6. Время, которое потребуется затратить Пете, чтобы все грядки полить $\frac{S_\text{о}}{S_\text{п}} = \frac{15}{0{,}098}\frac{\text{м}^2}{\frac{\text{м}^2}{\text{с}}} =$

   $153\ c$.

***Система оценивания задачи:***

Показана связь между тем, как опускается уровень жидкости в баке и количеством выливаемой жидкости – **3 балла**

Найдена скорость истечения жидкости – **3 балла**

Найдена площадь, поливаемая в единицу времени – **2 балла**

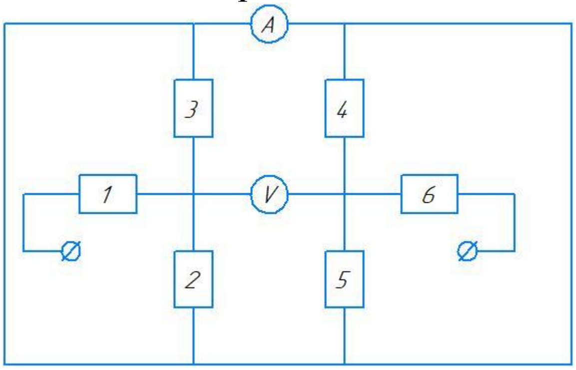
Найдено общее время для полива грядок – **2 балла**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

## 9 класс

1. «Схема»

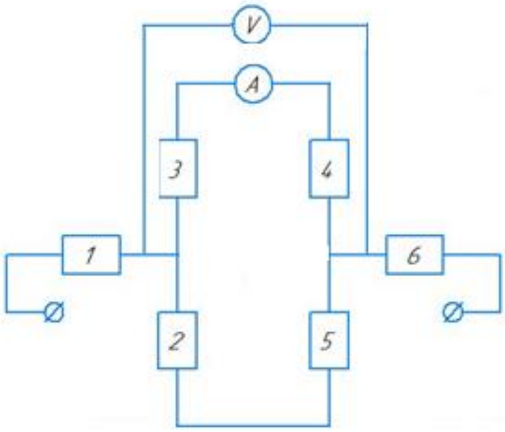
Дана схема. Что показывает идеальный амперметр и идеальный вольтметр? Что они покажут, если их поменять местами? Сопротивления резисторов 1 – 6 равны соответственно 1 Ом, 2 Ом, 3 Ом, 4 Ом, 5 Ом, 6 Ом. Клеммы выходят на источник, подающий напряжение 14 В.




***Возможное решение:***

Случай 1.

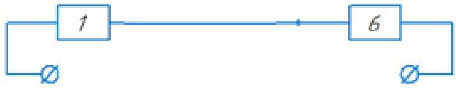
1. Т.к. вольтметр идеальный, то он эквивалентен разрыву цепи, поэтому через него ток не течёт. Амперметр эквивалентен просто проводнику.
2. Эквивалентная схема выглядит так:




3. Общее сопротивление равно $R_0 = R_1 + \frac{(R_2+R_5)(R_3+R_4)}{R_2+R_3+R_4+R_5} + R_6 = \frac{21}{2}$ Ом.
4. Общая сила тока $I_0 = \frac{U_0}{R_0} = \frac{4}{3}$ А.
5. Напряжение на вольтметре будет равно напряжению на участке 2-5: $U_{2-5} = U_0 - U_1 - U_6 = \frac{14}{3}$ В.
6. Сила тока через амперметр равна половине общего тока, так как $R_2 + R_5 = R_3 + R_4$, а соединение резисторов 2,5 и 3,4 параллельное. Следовательно, на амперметре $\frac{2}{3}$ А.

Случай 2.

1. Так как амперметр идеальный (его сопротивление равно нулю), то весь ток из резистора 1 пойдёт через него в резистор 6.
2. Эквивалентная схема будет такая:




3. Через резисторы 3 и 4 ток не течёт, следовательно, между ними напряжение равно нулю.
4. Сила тока через амперметр равна общему току в цепи $I_0 = \frac{U_0}{R_0} = \frac{U_0}{R_1+R_6} = 2\text{A}$

***Система оценивания задачи:***

В случае 1 изображена эквивалентная схема – **2 балла**

Записан закон Ома – 1 балл

Записаны законы последовательного и параллельного соединения проводников для данной цепи – **1 балл**

Найдено показание вольтметра – **1 балл**

Найдено показание амперметра – **1 балл**

В случае 2 изображена эквивалентная схема – **2 балла**

Объяснено, почему напряжение на вольтметре равно нулю – **1 балл**

Найдена сила тока через амперметр – **1 балл**

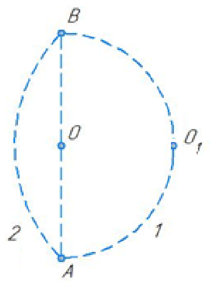
***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

2. «Русская народная»

Охотник Фёдор выследил двух зайцев (находятся в точке А) и их нору (находится в точке В). Он не верил в правдивость поговорки «за двумя зайцами погонишься – ни одного не поймаешь», поэтому решил поймать обоих, подкрался практически вплотную к ним и попытался схватить.

Зайцы побежали врассыпную, один в одну сторону, другой в другую. Оба побежали по дугам окружности разных радиусов, ведущих к норе, а Фёдор решил побежать напрямик к норе. Поверит ли Фёдор после этой охоты в народную поговорку, если один заяц побежал по окружности, центр которой лежит в точке О (траектория 1), а второй по другой окружности (траектория 2) , центр которой лежит в точке $O_1$?

Скорость первого зайца в 2 раза больше скорости Фёдора, угловые скорости зайцев одинаковые. Все скорости постоянны.




***Возможное решение:***

1. Зайцы побегут по окружностям, следовательно, время их движения и скорости связаны так: $v_i = \frac{l_i}{t_i}$.
2. Время, за которое первый заяц добежит до норы, равно $t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{\pi R_1}{v_1}$, а время, за которое второй заяц добежит до норы, равно $t_2 = \frac{l_2}{v_2} = \frac{\varphi R_2}{v_2}$, где $v$ – скорость охотника, $R_1$ – радиус окружности 1, $R_2$ – радиус окружности 2, $\varphi$ – угловой размер дуги 2.
3. По условию угловые скорости зайцев равны $\omega_1 = \omega_2 \Rightarrow \frac{v_1}{R_1} = \frac{v_1}{R_2}$.
4. Так как отрезок АВ – диаметр окружности 1 => угол $\text{BO}_1\text{A} = \frac{\pi}{2}$ этот угол является центральным для окружности 2 => $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
5. Время, за которое Фёдор добежит до норы равно $t = \frac{2R_1}{v}$.
6. Окончательно, время, за которое первые и второй заяц добегут до норы, равно соответственно $t_1 = \frac{\pi R_1}{2v}$, $t_2 = \frac{\frac{\pi}{2}R_2}{v_2} = \frac{\pi}{2}\frac{R_1}{2v} = \frac{t_1}{2}$.
7. $t > t_1, t > t_2 \Rightarrow$ Охотник Фёдор прибежит после зайцев, то есть, никого не поймает и поверит в поговорку.

***Система оценивания задачи:***

Выведена формула расчёта времени для зайца 1 – **1 балл**

Выведена формула расчёта времени для зайца 2 – **2 балла**

Выведено соотношение из пункта 3 – **2 балла**

Найден угол $\varphi$ из пункта 4 – **2 балла**

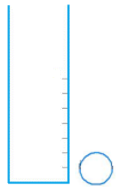
Найдено время для охотника Фёдора – **1 балл**

Соотнесены друг с другом найденные времена и показан результат – **2 балл**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

3. «Объём монеты»

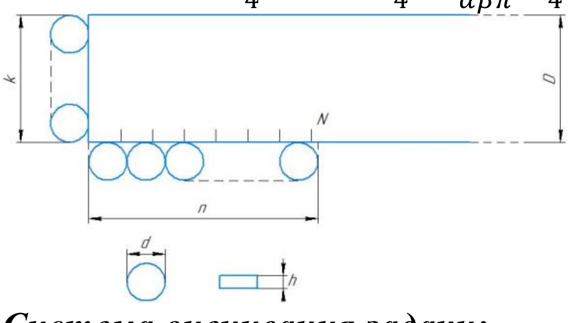
Представьте, что Вам дана мензурка с ценой деления 5 мл, монета достоинством 5 копеек, белый лист формата А4, угольник без делений и карандаш. Поверхность мензурки такая, что на ней нельзя делать насечки. Предложите способ оценки объёма монеты с использованием только имеющегося у вас оборудования.



***Возможное решение:***

1. Отложим n раз монетку, каждый раз делая засечки на листе около её краёв (для того, чтобы точно отметить диаметр, можно использовать уголок) до тех пор, пока не поместится целое или почти целое число монет в N делений. Выразим высоту цены деления мензурки через диаметр монетки $dn = Nh_c => h_c = d\frac{n}{N} = d\alpha.$
2. Аналогично выразим диаметр основания мензурки через диаметр монетки. При необходимости можно несколько раз отметить на бумаге величину диаметра мензурки $DK = dk,$ где $K$ – количество диаметров мензурки, в которых поместилось целое или почти целое число k диаметров монеток. $D = d\frac{k}{K} = d\beta.$
3. Тогда объём, помещающийся в одной цене деления мензурки равен $V_c = h_c * \frac{\pi D^2}{4} = \alpha d\frac{\pi}{4}d^2\beta^2.$
4. Отсюда диаметр монетки равен $d = \sqrt[3]{\frac{4V_c}{\pi\alpha\beta}}.$
5. Аналогичным образом отмерим соотношение диаметра монетки и её толщины h: $d\gamma = h.$
6. Получается, что объём монеты можно рассчитать так:

$$V = h * \frac{\pi d^2}{4} = d^3\gamma\frac{\pi}{4} = \frac{4V_c}{\alpha\beta\pi}\gamma\frac{\pi}{4} = \frac{V_c\gamma}{\alpha\beta}.$$




***Система оценивания задачи:***

Предложен способ связать высоту цены деления с размером монеты (диаметром или толщиной), то есть, найден коэффициент $\alpha$ – **2 балла**

Предложен способ связать диаметр мензурки с размером монеты (диаметром или толщиной), то есть, найден коэффициент $\beta$ – **2 балла**

Выражен размер монеты (диаметр или толщину) через цену деления мензурки– **2 балла**

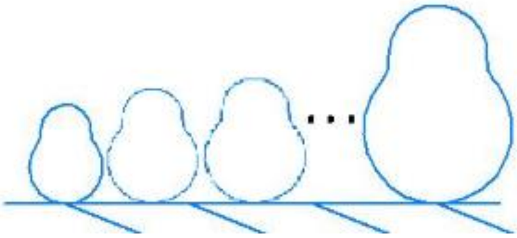
Предложен способ связать диаметр монеты и толщину то есть, найден коэффициент $\gamma$ – **2 балла**

Выражен объём монеты – **2 балла**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

4. «Матрёшки»

На открытый лабораторный стол выставлены матрёшки разных размеров, полностью заполненные необычной жидкостью, находящейся при температуре плавления, а плотность которой при кристаллизации почти не меняется.



В лаборатории можно регулировать температуру окружающей среды. В результате исследования кристаллизации жидкости у инженера Иннокентия получилась следующая таблица значений времени кристаллизации t, массы жидкостей m и температуры воздуха в лаборатории.

| | | | |
|---|---|---|---|
| M, г | 100 | 2700 | 800 |
| T,°C | -20 | -20 | 0 |
| t,ч | 1 | 3 | 10 |

Помогите Иннокентию на основе этих данных определить время кристаллизации жидкости, находящейся в одной из матрёшек, если масса жидкости 1562,5 г, а температура воздуха в лаборатории $-40°C$.

*Указание:* Количество теплоты, проходящее через единицу площади тела в единицу времени, прямо пропорционально разности температур внутри и вне тела.

***Возможное решение:***

1. По закону Ньютона-Рихмана мощность теплопередачи от i-ой матрёшки окружающей среде равна $P_i = \alpha S_i(T_{\text{пл}} - T_{\text{o}i})$, где $S_i$ – площадь поверхности i-ой матрёшки; $\alpha$ – одинаковый для всех матрёшек коэффициент, так как геометрия и материалы матрёшек одинаковые; $T_{\text{пл}}$ – температура плавления жидкости, $T_{\text{o}i}$ – температура окружающей среды.
2. Количество теплоты, которое выделится при кристаллизации от i-ой матрёшки равно, с одной стороны, $Q_i = P_i * t_i$, а с другой - $Q_i = \lambda m_i$. Удельная теплота плавления, площадь поверхности, температура плавления и плотность жидкости нам неизвестны.
3. Исходя из метода размерностей, в силу одинаковости геометрии матрёшек, можно заключить, что площадь и объём тела можно выразить через линейный размер тела H так: $S_i = k_s * H_i^2$; $V_i = k_v * H_i^3$.
4. При этом $m_i = \rho * V_i$. Отсюда для i-ой и k-ой матрёшки $\frac{V_i}{V_k} = \frac{m_i}{m_k} => \frac{S_i}{S_k} = \left(\frac{m_i}{m_k}\right)^{\frac{2}{3}}$
5. Найдём формулу расчёта времени кристаллизации некоторой i-ой матрёшки через параметры k-ой матрёшки: $P_i * t_i = \lambda m_i$; $P_k * t_k = \lambda m_k => \frac{m_i}{m_k} = \frac{P_i * t_i}{P_k * t_k} = \frac{\alpha S_i(T_{\text{пл}} - T_{\text{o}i})t_i}{\alpha S_k(T_{\text{пл}} - T_{\text{o}k})t_k} => t_i = t_k \frac{S_k(T_{\text{пл}} - T_{\text{o}k})}{S_i(T_{\text{пл}} - T_{\text{o}i})} \frac{m_i}{m_k} = \frac{t_k(T_{\text{пл}} - T_{\text{o}k})}{(T_{\text{пл}} - T_{\text{o}i})} \left(\frac{m_i}{m_k}\right)^{\frac{1}{3}}$.
6. Формула из п.5 с помощью данных таблицы даёт $T_{\text{пл}} = 5°C$.
7. Расчёт даёт для искомого времени $t =$1,4 ч

***Система оценивания задачи:***

Написана формула Ньютона-Рихмана для мощности – **2 балла**
Показано, как рассчитывается количество теплоты, выделяемое матрёшкой – **2 балла**
Из метода размерностей получено соотношение для площадей из пункта 4 – **2 балла**
Найдена формула для пересчёта времени из пункта 5 – **2 балла**
Найдена температура плавления – **1 балл**
Найдено искомое время – **1 балл**
***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

5. «Лифты»

Две подружки – Света и Люся – едут на открытых лифтах в соседних домах, которые находятся друг напротив друга. Лифт, в котором находится Света, едет наверх со скоростью u. Света бросает подружке горизонтально относительно себя ластик так, что ластик попадает прямо Люсе в руки ровно через 3 секунды. Куда едет второй лифт и с какой скоростью, если оба лифта едут с одинаковой по величине скоростью, расстояние между домами равно 20 м, в момент броска Света находится на уровне пятого этажа, а Люся на уровне третьего? После того, как ластик пойман, подружки ещё едут в лифтах, высота одного этажа равна 3 м. Ускорение свободного падения принять за 10 $\frac{м}{с^2}$. Подружки одного роста.

***Возможное решение:***

1. Рассмотрим случай, когда лифты движутся в одном направлении (наверх).
2. Перейдём в систему отсчёта, связанную с лифтом Люси, эта система будет инерциальной, так как она относительно Земли (считаем ИСО), движется равномерно и прямолинейно.
3. В СО-«лифт Люси» ластик движется с ускорением свободного падения и начальной скоростью, направленной горизонтально. При этом расстояние между лифтами по вертикали и по горизонтали ластик пройдет за одно и то же время.
4. По вертикали, с одной стороны, ластику требуется упасть на 6 м (два этажа), а с другой – высота, на которую он упадёт, равна $H = \frac{gt^2}{2} = 45$ м. Получаем противоречие = > лифты двигаются в разных направлениях.
5. Снова рассмотрим движение ластика в СО-«лифт Люси». В ней у ластика по вертикали будет начальная скорость, направленная вверх и равная 2u. Тогда уравнение движения по вертикали будет такое:

$$H = 2ut - \frac{gt^2}{2}, \text{ отсюда } u = \frac{H + \frac{gt^2}{2}}{2t} = \frac{51}{6}\frac{м}{с}.$$

6. Таким образом, второй лифт движется вниз со скоростью $\frac{51}{6}\frac{м}{с}$.

***Система оценивания задачи:***

Написано уравнение движения по вертикали для первого случая – **2 балла**

Показано, что если лифты движутся в одну сторону, то ластик должен пройти не то расстояние, которое указано в задаче – **3 балла**

Написано уравнение движения по вертикали для второго случая – **2 балла**

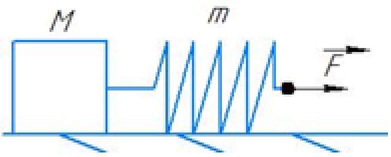
Найдена скорость лифта в случае противоположного движения лифта – **3 балла**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

**10 класс**

1. «Постоянная сила»

Изначально покоящийся брусок массой M сцеплен с весомой пружиной жёсткостью k и массой m, сделанной из того же материала. Система лежит на горизонтальной поверхности вблизи поверхности Земли. Найдите минимальную постоянную силу F, с которой необходимо тянуть пружину, чтобы система пришла в движение целиком. Коэффициент трения с поверхностью равен $\mu$.




***Возможное решение:***

1. При воздействии на пружину постоянной силой, она сначала будет ускоряться (так как она весома), а потом замедляться, так как пружина будет натягиваться. В момент, когда часть пружины уже придёт в движение скорость тела M будет равной нулю => кинетическая энергия системы будет равна нулю, но при этом сила F совершит работу, которая пойдёт на преодоление пружиной трения о поверхность и растяжение пружины.
2. Тогда по теореме об изменении кинетической энергии системы

$$0 = -\mu m g x - \frac{kx^2}{2} + Fx$$

3. Условие начала движения для тела M – равенство сил упругости и трения скольжения

$$\mu M g = kx$$

4. Решая систему уравнений, получим

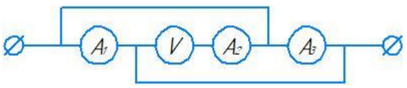
$$F = \mu g(\frac{M}{2} + m)$$

***Система оценивания задачи:***

Описано, как будет двигаться система – **3 балла**
Написано уравнение из пункта 2 – **3 балла**
Написано уравнение из пункта 3 – **2 балла**
Решена система и найдено значение силы – **2 балла**
***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

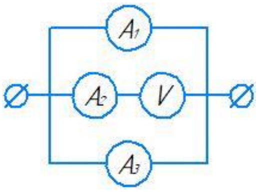
2. «Схема»

Дана схема. Найдите показания всех приборов, если вольтметр показывает 0,9 В, первый амперметр показывает 1 А, а сопротивление вольтметра в 9 раз больше сопротивления амперметра. Все амперметры одинаковые. Что будут показывать приборы, если вместо амперметров поставить вольтметры, а вместо вольтметра поставить амперметр с теми же сопротивлениями?

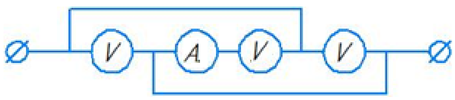



***Возможное решение:***

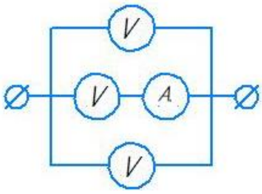
1. Эквивалентная схема будет выглядеть так:




2. Напряжение на первом и третьем амперметрах одинаковое, как и ток. $U_1 = I_1 R_a = U_3, I_3 = I_1 = 1$ А.
3. $\frac{R_a}{R_V} = \frac{1}{9} => R_a + R_V = 10R_a => \frac{I_1}{I_2} = 10 => I_2 = 0{,}1$ А.
4. Для второго случая схема будет такой:




5. Эквивалентная схема такая:




6. Верхний и нижний вольтметры будут показывать 1В, так как на участок подано то же напряжение. Средний вольтметр и амперметр покажут то же, что и вольтметр и амперметр 2 в первом случае, так как на них подано то же напряжение, а соотношение сопротивлений не поменялось.

***Система оценивания задачи:***

Изображена эквивалентная схема для случая 1– **3 балла**

Найден ток на третьем амперметре – **1 балл**

Найдено показание второго амперметра – **2 балла**

Найдены показания верхнего и нижнего вольтметра во втором случае – **2 балла**

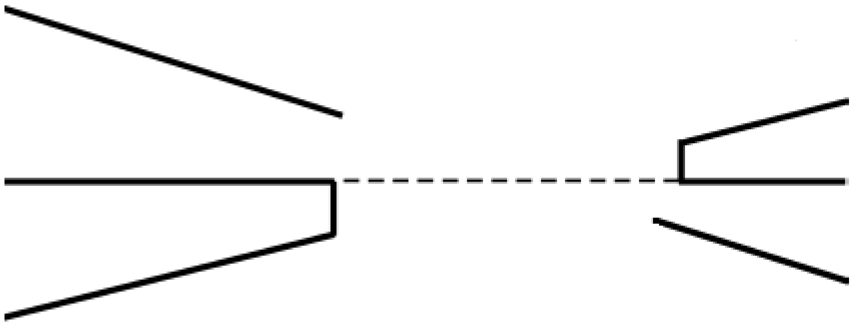
Показано, что показания среднего вольтметра и амперметра будут такими же, как в первом случае у вольтметра и амперметра 2 – **2 балла**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

3. «Странные мухи»

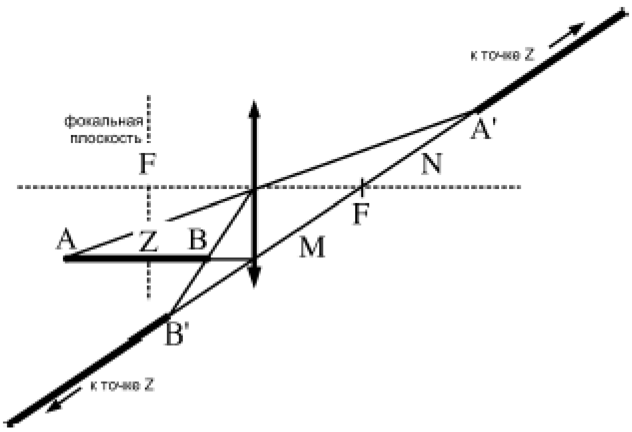
Две странные мухи летали около вертикально стоящей линзы в горизонтальной плоскости по замкнутой траектории. Изображения их траекторий, получившееся в линзе, показано на рисунке.

Покажите, какая в действительности была траектория у мух. Пунктиром показана главная оптическая ось линзы.

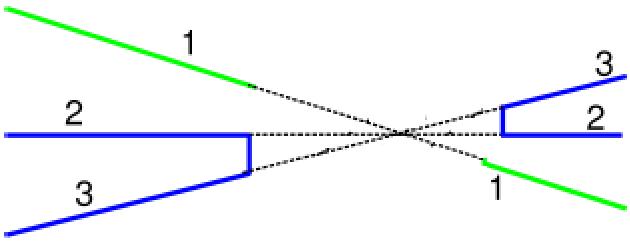


***Возможное решение:***

1. Поскольку изображения получились разорванными, то это значит, что линза собирающая (в рассеивающей нет возможности «разорвать» изображение замкнутой линии) и что каждая муха пересекала фокальную плоскость линзы при движении.
2. Рассмотрим построение изображения отрезка, пересекающего фокальную плоскость линзы в точке Z. Изображение всех точек отрезка AB будет лежать на прямой MN, а у точки Z будет два изображения, уходящих на бесконечность.




3. Из рисунка видно, что у нас есть три пары прямых, каждая из которых лежит на одной прямой, значит, их прообразы – 3 отрезка.

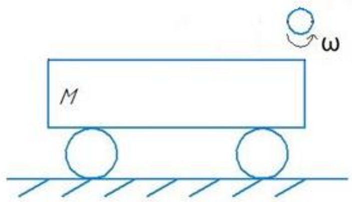


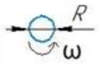
4. Прямые с индексом 1 образуют просто отрезок. Это будет траектория первой мухи – она будет летать взад-вперёд перед линзой.
5. Пары лучей 2-3 образуют два отрезка, между которыми есть ещё два отрезка, перпендикулярных главной оптической оси => вторая муха летала по траектории, представляющей собой прямоугольник.

***Система оценивания задачи:***
Показано, что линза должна быть собирающей – **2 балла**
Показано построение отрезка, пересекающего фокальную плоскость – **3 балла**
Правильно определена траектория первой мухи – **2 балла**
Правильно определена траектория второй мухи – **3 балла**
***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

4. «Подвижная платформа»

На неподвижную шероховатую платформу ставят колесо, раскрученное так, что угловая скорость точек колеса равна 200 рад/с. Радиус колеса R = 50 см. С какой скоростью поедет платформа относительно стола сразу после прекращения проскальзывания колеса, если масса колеса m = 3 кг, а платформы M = 20 кг? Считать спицы колеса невесомыми. Трением платформы о стол пренебречь. Известно, что платформа и колесо сделано из резины и нагрелись на 0,2°C и на 0,6°C соответственно. Удельная теплоёмкость резины равна $1800\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг°C}}$.




***Возможное решение:***

1. При постановке колеса на платформу начнётся проскальзывание, вследствие чего кинетическая энергия колеса будет переходить в энергию платформы и тратиться на трение скольжения, т.е. переходить во внутреннюю.
2. Рассмотрим всё в системе отсчёта «стол». Энергия вращательного движения колёс перейдёт частично в энергию поступательного движения машинки, частично останется во вращении, частично передастся платформе и колесо будет нагреваться:

$\frac{I\omega_1{}^2}{2}+\frac{mv_1^2}{2}+\frac{Mv^2}{2}-\frac{I\omega^2}{2}=A_{\text{тр}}, A_{\text{тр}}=-Q=-c(m\Delta t_1+M\Delta t_2),\ \ \omega_1=\frac{v_1}{R},\ \ v_1$ – скорость центра масс колеса относительно стола сразу после того, как проскальзывание закончится, $\omega_1$- угловая скорость вращения колеса на платформе сразу после того, как проскальзывание закончится, $v$ – скорость платформы относительно стола сразу после того, как проскальзывание закончится, $I$ – момент инерции колеса.

3. Поскольку на колеса и платформу внешние тела действуют вертикально, то они не влияют на горизонтальное их движение, значит в проекции на горизонтальную ось ЗСИ верен:

$$Mv=mv_1 => v_1=\frac{Mv}{m}$$

4. Из пункта 2 и 3 находим скорость поступательного движения платформы относительно стола $\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{M^2}{m}v^2 = -c(m\Delta t_1 + M\Delta t_2) + \frac{mR^2\omega^2}{2} => v = \left(\frac{-c(m\Delta t_1+M\Delta t_2)+\frac{mR^2\omega^2}{2}}{\frac{1}{2}M+\frac{M^2}{m}}\right)^{\frac{1}{2}} = 5{,}6\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

***Система оценивания задачи:***
Показано, на что будет тратиться начальная энергия колеса – **3 балла**
Найдено количество теплоты, выделившееся в результате трения – **2 балла**
Записан закон сохранения импульса – **2 балла**
Решена система уравнений и найдено верное значение скорости платформы – **3 балла**
***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

5. «Весёлая компания»

Компания друзей собралась летом на пикник. Из-за сильной жары они решили газировку охлаждать прямо на месте в сумке-холодильнике с заранее охлаждёнными до $T_1 = -10°\mathrm{C}$ элементами. Сначала ребята в сумку опустили одну бутылку и, подождав длительное время, вынули. Оказалось, бутылка охладилась до $T = 5°\mathrm{C}$. После этого они опустили вторую бутылку, точно такую же. Какая будет температура у второй бутылки через такое же время? На улице температура $T_0 = 35°\mathrm{C}$, а на пикник от магазина компания шла довольно долго.

***Возможное решение:***

1. Будем считать, что всё количество теплоты, которое забирает сумка-холодильник, отдаёт бутылка с газировкой.
2. Поскольку компания шла довольно долго, температуры бутылок равны температурам на улице.
3. От первой бутылки сумка-холодильник забирает $C_1(T - T_1)$ количества теплоты, где $C_1$ — теплоемкость сумки-холодильника, бутылка, в свою очередь, отдаёт $C_2(T_0 - T)$ теплоты, где $C_2$— теплоемкость бутылки с газировкой. Тогда $C_1(T - T_1) = C_2(T_0 - T)$.
4. Когда мы помещаем в сумку-холодильник вторую бутылку, сумка-холодильник забирает от неё $C_1(T_x - T)$ теплоты, где $T_x$ — температура, до которой нагрелись холодильные элементы в сумке-холодильнике (эта же температура, до которой охладилась бутылка, то есть искомая нами температура), бутылка в свою очередь отдаёт $C_2(T_0 - T_x)$ количества теплоты. $C_1(T_x - T) = C_2(T_0 - T_x)$
5. Делим одно уравнение на второе, получаем:

$$\frac{(T - T_1)}{(T_x - T)} = \frac{T_0 - T}{T_0 - T_x} => T_x = 15°\mathrm{C}$$

***Система оценивания задачи:***

Записано уравнение теплового баланса для первой бутылки – **3 балла**

Записано уравнение теплового баланса для второй бутылки – **3 балла**

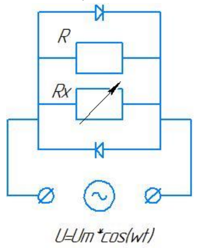
Найдена конечная температура – **4 балла**

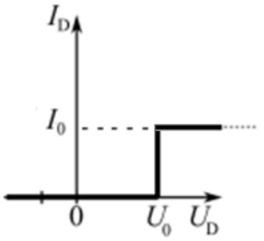
***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

## 11 класс

1. "Элемент X"

Дана схема, показанная на рисунке.

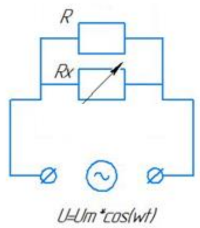



Найти зависимость тока от времени в цепи, если сопротивление элемента X зависит от тока так: $R_x = \alpha {I_x}^2$, а ВАХ диода показана на рисунке. Напряжение на концах цепи меняется по гармоническому закону, а $U_m = U_0$, $I_0 = \sqrt[3]{\frac{U_0}{\alpha}}$.

***Возможное решение:***

1. Диод закрыт, когда напряжение на участке меньше напряжения открытия диода, эквивалентная схема выглядит тогда так:




2. Общий ток будет складываться из тока по элементу X и резистору R.

$$I_0 = I_R + I_x = \frac{U}{R} + \frac{U}{R_x}, I_x = \frac{U}{R_x} = \frac{U}{\alpha {I_x}^2} => I_x = \sqrt[3]{\frac{U}{\alpha}} => I_0 = \frac{U_m \cos(wt)}{R} + \sqrt[3]{\frac{U_m \cos(wt)}{\alpha}}.$$

3. Один из диодов открывается только тогда, когда $\cos(wt) = \pm 1$, т.е. $wt = \pi k$, где $k$- целое число.
4. Когда $U = U_0$, открыт один диод (вне зависимости от направления тока), второй закрыт, напряжение на элементе X равно $U_0$ и ток через него равен $I_x = \sqrt[3]{\frac{U_0}{\alpha}}$, тогда общий ток будет равен $2\sqrt[3]{\frac{U_0}{\alpha}} + \frac{U_0}{R}$.
5. Итог: для любого $t \neq \frac{\pi k}{w}$, где $k$- целое число, $I_0 = \frac{U_m \cos(wt)}{R} + \sqrt[3]{\frac{U_m \cos(wt)}{\alpha}}$, для $t = \frac{\pi k}{w}$, где $k$- целое число, $I_0 = 2\sqrt[3]{\frac{U_0}{\alpha}} + \frac{U_0}{R}$.

***Система оценивания задачи:***

Показана эквивалентная схема, когда оба диода закрыты – **2 балла**

Найден ток через элемент X при закрытом диоде – **1 балл**

Найден общий ток для случая, когда диоды закрыты – **2 балла**

Указано, когда открывается диод и что открытым может быть всегда только 1 диод – **1 балл**

Указано, что при открытом диоде ток будет идти и через элемент X и через резистор R – **2 балла**

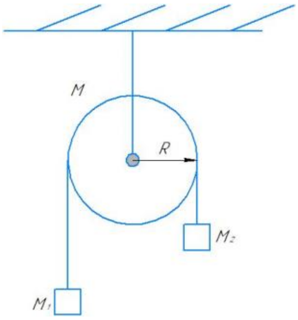
Найден ток через элемент X при открытом диоде – **1 балл**

Найден общий ток при открытом диоде – **1 балл**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

2. «Грузы и блок»

Грузы $m_1$ и $m_2$ удерживаются на весомом блоке массой M, радиуса R. Систему отпускают, и она приходит в движение. С какой скоростью будут двигаться все тела, когда груз 1 сместится на h относительно начального положения? Чему равна сила давления нити на блок? Известно, что ускорения, с которыми двигались грузы, постоянны. Нить невесома и нерастяжима. Проскальзывания нет.




***Возможное решение:***

1. Проскальзывания нет, следовательно, скорости движения нити, грузов и обода блока в каждый момент времени равны друг другу. Для определённости положим, что $m_1 > m_2$.
2. Тогда по теореме об изменении кинетической энергии для системы «грузы-нить-блок» работа внешних сил идёт на изменение кинетической энергии тел системы: $(m_1 - m_2)gh = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2} + \frac{MR^2 w^2}{2}, w = \frac{v}{R} => v = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_1)gh}{m_1 + m_2 + M}}$ (правильнее будет рассмотреть теорему об изменении кинетической энергии отдельно для груза 1, груза 2 и блока, а потом сложить результат, но получится то же самое).
3. Сила давления нитей на блок будет равна сумме сил натяжения нитей справа и слева, так как блок поступательно не движется: $F = T_1 + T_2$
4. Из второго закона Ньютона для грузов $T_1 = m_1(g - a)$, $T_2 = m_2(g + a)$, где $a$ – модуль ускорения грузов и точек обода блока.
5. Так как ускорения, с которыми двигались грузы, постоянны, то вес нити с грузами не будет меняться. При этом угловое ускорение блока из основного уравнения динамики вращательного движения получится равным $\beta = \frac{(m_1 - m_2)gR}{(MR^2 + m_1 R^2 + m_2 R^2)}$, при этом $\beta = \frac{a}{R}$, так как нет проскальзывания.
6. В итоге, $F = m_1(g - a) + m_2(g + a) = (m_1 + m_2)g - \frac{(m_1 - m_2)^2 g}{(M + m_1 + m_2)}$.

***Система оценивания задачи:***

Указано, что линейная скорость обода блока равна линейной скорости грузов в каждый момент времени – **1 балл**

Указано, что линейное ускорение обода блока равно ускорению грузов в каждый момент времени – **1 балл**

Найдена угловая скорость блока и линейная скорость грузов после смещения – **3 балла**

Найдено угловое ускорение блока – **2 балла**

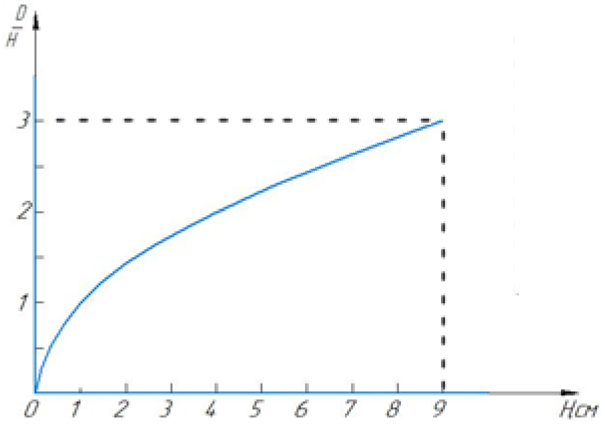
Выражены силы натяжения $T_1$ и $T_2$ – **1 балл**

Найдена сила давления нити на блок – **2 балла**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

3. «Песочные часы»

Коля наблюдал за тем, как высыпается песок из одной части песочных часов в другую. Он заметил, что песок в нижней колбе образует конус высотой $H$ и диаметром основания $D$, и решил исследовать изменение высоты и диаметра основания конуса, измеряя их линейкой. Из курса физики Коля знает, что $D = aH^n$, где n – вещественное число, a – некоторый коэффициент. Затем Коля взял двое таких часов – одни рассчитаны на 16 часов, другие на 1 час – и одновременно перевернул. Определите время, через которое высота конусов в нижних колбах часов будет отличаться на 1 см. Плотность песка равна $\rho = 1900\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, масса песка в нижней колбе часов, рассчитанных на 16 часов, изменяется со скоростью $\mu_1 = 0{,}002\,\frac{\text{кг}}{\text{мин}}$. График зависимости $\frac{D}{H}$ от $H$, полученный Колей, показан на рисунке. Объём конуса рассчитывается по формуле $V = \frac{1}{3}Sh$, где h – высота конуса, а $S$ – площадь основания. Общая масса песка в обоих часах одинакова.




***Возможное решение:***

1. Масса песка в нижней колбе равна, с одной стороны, $m_1 = \mu_1 t$, а с другой $m_1 = \frac{1}{3}\rho\frac{\pi d^2}{4}H$
2. Из графика видно, что в зависимости $D = aH^n$, $a = 1\,\frac{1}{\text{см}}$, а $n = \frac{3}{2}$.
3. Тогда высота первого конуса от времени будет зависеть так $H_1(t) = \sqrt[4]{\frac{\mu_1 t}{\frac{\pi}{12}\rho\alpha}}$.
4. Аналогично для второго конуса, только $\mu_2 = 16\mu_1$, так как за меньшее в 16 раз время во вторых часах уйдёт в нижнюю часть та же масса, следовательно, $H_2(t) = \sqrt[4]{16\frac{\mu_1 t}{\frac{\pi}{12}\rho\alpha}} = 2H_1(t)$.
5. Пусть $\frac{\mu_1}{\frac{\pi}{12}\rho\alpha} = \beta \approx 1\,\frac{\text{см}^4}{\text{мин}}$.
6. Тогда $\Delta H(t) = H_2(t) - H_1(t) = H_1(t) = \sqrt[4]{\frac{\mu_1 t}{\frac{\pi}{12}\rho\alpha}} => t = \frac{(\Delta H)^4}{\beta}$ =1 мин.

***Система оценивания задачи:***

Найдена зависимость диаметра основания конуса от его высоты – **3 балла**

Найдена зависимость высоты от времени – **3 балла**

Найдена скорость увеличения массы конуса во вторых часах – **2 балла**

Найдено время, через которое высота конусов будет отличаться на 1 см – **2 балла**

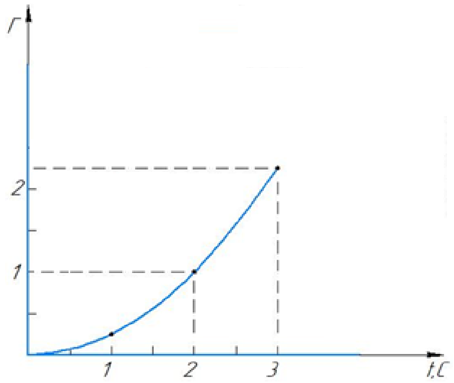
***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

4. «Задание на пятёрку»

Одиннадцатиклассник Евгений не совсем верно понял цель школьной лабораторной работы по измерению линейного увеличения линзы. Вместо того, чтобы просто поставить между предметом и экраном линзу, добиться чёткого изображения на экране и измерить линейное увеличение, Евгений перемещал предмет и экран вдоль реек так, что получил (после обработки данных и аппроксимации их на компьютере) следующий график зависимости линейного увеличения линзы от времени.

Чтобы получить пятёрку, Евгений попросил дополнительное задание.

Помогите Евгению найти зависимость скорости перемещения предмета от времени, если известно, что в момент времени 2 с предмет находился от экрана на расстоянии 30 см.




***Возможное решение:***

1. По определению линейного увеличения оно равно $\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}$ а для тонкой линзы также верно, что $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, где $f$- расстояние от изображения до линзы, а $d$ – расстояние от предмета до линзы.
2. Судя по графику, линза собирающая (так как есть участок, где увеличение больше единицы), а предмет из «бесконечности» перемещали по направлению к линзе. Линза была неподвижна, так как перемещались только предмет и экран.
3. Найдём зависимость расстояние от предмета до линзы от времени из формулы тонкой линзы:
$$f = \frac{Fd}{d-F} => \Gamma = \frac{F}{d-F} => d = \frac{F(1+\Gamma)}{\Gamma}$$
4. Из графика можно получить, что $\Gamma = \alpha t^2$, где $\alpha = 0{,}25$ с$^2$=> $d(t) = \frac{F}{\alpha t^2} + F$.
5. По условию при $\Gamma = 1$ расстояние от предмета до линзы было равно $d = 30$ см, такое линейное увеличение может быть только на расстоянии $d = 2F$=> $F = 15$см.
6. Скорость тела от времени u(t) можно получить, взяв производную от зависимости $d(t) => u(t) = -2\frac{F}{\alpha t^3} = -\frac{0{,}3}{0{,}25t^3}$

***Система оценивания задачи:***

Написана формула тонкой линзы – **1 балл**

Написано определение линейного увеличения линзы из пункта 1 – **1 балл**

Через фокусное расстояние и линейное увеличение выражено расстояние от предмета до изображения (как в пункте 3) – **1 балл**

Найдена зависимость линейного увеличения от времени из графика – **2 балла**

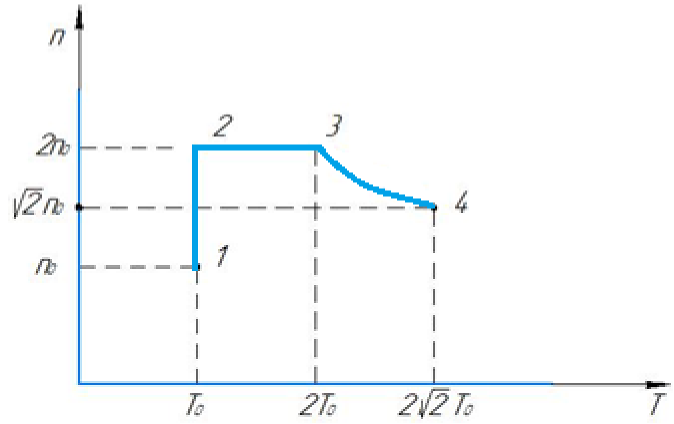
Найдено фокусное расстояние линзы – **1 балл**

Найдена итоговая зависимость расстояние от предмета до линзы – **1 балл**

Показано, что скорость предмета – производная от расстояния от предмета до линзы по времени – **1 балл**
Найдена зависимость скорости предмета от времени – **2 балла**
***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

5. «Максимальная работа»

Зависимость концентрации 1 моля идеального газа от температуры указана на рисунке. На каком из участков совершённая газом работа максимальна?




***Возможное решение:***

1. Прежде всего, требуется определиться с тем, какие процессы происходят на участках 1-2, 2-3, 3-4. По условию задачи масса и хим. состав не изменяется.
2. На участке 1-2 температура постоянна => процесс изотермический; на участке 2-3 концентрация постоянна, $p = nKT; pV = \nu RT$=> $\frac{p}{T} = const => V = const$ =>процесс изохорический; на участке 3-4 $nT = const => p = const$=> процесс изобарический.
3. Элементарная работа $dA = pdV$, работа газа общая на участке равна $A = \int dA$ => на участке 2-3 работа газа равна нулю; на участке 1-2 $A_{12} = -\nu RT_0 ln\frac{p_1}{p_2} = -\nu RT_0 ln2$ (над газом совершают работу по сжатию газа); на участке 3-4 $A_{34} = p_3(V_4 - V_3)$.
4. Используя уравнение Клапейрона-Менделеева, найдём значения давлений и объёмов в точках 1,2,3,4 через концентрацию и температуру и подставим в выражение для работы из пункта 3.
5. $A_{34} = p_3(V_4 - V_3) = \frac{4n_0 kT_0\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)\nu R}{n_0 k} = 2\nu RT_0\left(\sqrt{3} - 1\right).$
6. Отсюда получается, что на участке 3-4 работа максимальна.

***Система оценивания задачи:***

Определены процессы на каждом участке графика – **3 балла**

Посчитана работа на участке 1-2 – **2 балла**

Посчитана работа на участке 2-3 – **2 балла**

Найдены макропараметры (давление, температура, объём) в точках 1,2,3,4 – **1 балл**

Посчитана работа на участке 3-4 – **2 балла**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***