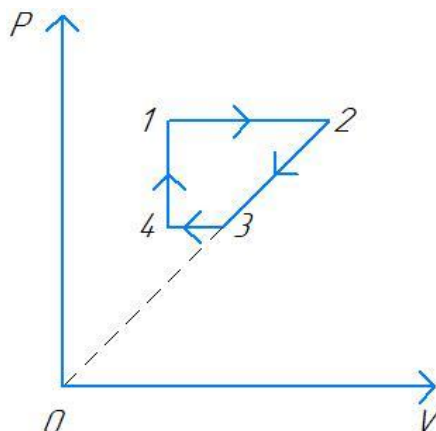


## 1. «Цикл»

Дан цикл 1-2-3-4. В процессе 1-2 газ совершил работу  $A$ , при этом его температура выросла в 9 раз. Точки 1 и 3 лежат на одной изотерме. Прямая 2-3 проходит через начало координат. Определите температуру в точке 1 и работу газа за цикл.



### Возможное решение:

1. Пусть температура в точке 1 и 3 равна  $T_1$ , тогда в точке 2 температура равна  $3T_1$ . Пусть  $p_1$ - давление в точке 1 и 2, а  $p_3$ - давление в точке 3.  $V_1, V_2, V_3$ - объёмы в точках 1,2,3 соответственно. Работа газа на участке 1-2 равна  $A_{12} = A = p_1(V_2 - V_1)$ .

2.  $p_1 V_1 = \nu R T_1$  и  $p_1 V_2 = 9\nu R T_1 \Rightarrow A = 8\nu R T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{A}{8\nu R}$ .

3. Работа газа за цикл равна площади внутри цикла в осях  $pV$ :

$$A_{12341} = \frac{1}{2}(p_1 - p_3)((V_2 - V_1) + (V_3 - V_1))$$

4.  $\frac{p_1}{V_2} = \frac{p_3}{V_3}, \frac{p_1 V_2}{3T_1} = \frac{p_3 V_3}{T_1} \Rightarrow p_1 = 3p_3, 3V_3 = V_1$ .

5.  $A_{12341} = \frac{1}{2} 2p_1 \left( V_2 - \frac{5}{3} V_1 \right) = p_1 \left( 9V_1 - \frac{5}{3} V_1 \right) = \frac{22}{5} \nu R T_1 = \frac{11}{20} A$ .

### Система оценивания задачи:

Выражена работа на участке 1-2 – **1 балл**

Найдена температура в точке 1 – **3 балла**

Написано соотношение для давлений и объёмов точек 2 и 3 – **1 балл**

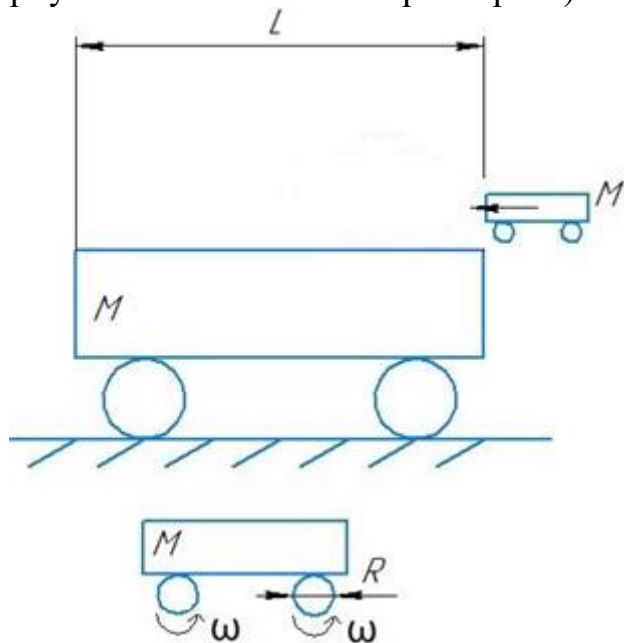
Найдено соотношение между давлениями и объёмом в точках 1 и 3 – **2 балла**

Найдена работа за цикл – **3 балла**

**Максимальный балл за полное решение – 10 баллов**

## 2. «Машинка»

Машинку с раскрученными до угловой скорости  $\omega$  колёсами поставили на подвижную стальную шероховатую платформу, стоящую на столе. В начальный момент времени скорость машинки относительно стола равна нулю (платформа тоже покоится относительно стола). Какой будет тормозной путь у машинки, если масса машинки равна  $m$ , платформы –  $M$ , коэффициент трения качения для машинки равен  $\mu$ , радиус колёс машинки равен  $R$ , а платформа имеет длину  $L$  (машинку ставят на край платформы). Почти вся масса машинки сосредоточена в колёсах (массой корпуса машинки можно пренебречь).



### Возможное решение:

1. Рассмотрим всё в системе отсчёта «стол». Энергия вращательного движения колёс перейдёт частично в энергию поступательного движения машинки, частично останется во вращении, частично передастся платформе:

$$\frac{I\omega^2}{2} = \frac{I\omega_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv^2}{2}, \quad \omega_1 = \frac{v_1}{R}, \quad v_1 - \text{скорость центра масс тележки относительно стола сразу после того, как проскальзывание закончится, } \omega_1 - \text{угловая скорость вращения колёс на платформе сразу после того, как проскальзывание закончится, } v - \text{скорость платформы относительно стола сразу после того, как проскальзывание закончится, } I - \text{суммарный момент инерции колёс.}$$

2. Поскольку на машинку и платформу внешние тела действуют вертикально, то они не влияют на горизонтальное их движение, значит в проекции на горизонтальную ось ЗСИ верен:

$$Mv = mv_1 \Rightarrow v = \frac{Mv_1}{m}$$

3. Из пункта 1 и 2 находим скорость поступательного движения машинки

$$v_1^2 = \frac{I\omega^2}{m + \frac{I}{R^2} + \frac{m^2}{M}}$$

4. Условие остановки машинки – равенство скорости её движения нулю (платформа тоже остановится по ЗСИ). Следовательно, вся энергия движения должна уйти в работу силы трения качения.

5. Сила трения качения равна  $F_{\text{тр}} = \frac{\mu N}{R}$ , тогда о теореме об изменении кинетической энергии:

$A_{\text{тр}} = -\Delta E \Rightarrow \frac{\mu N}{R} l = \frac{I\omega_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2}$ , где  $l$  – тормозной путь на платформе, который нужно пройти тележке, чтобы остановиться.  $I = mR^2$ , так как почти вся масса сосредоточена на ободе колеса, а массой корпуса пренебрегаем.

$$l = \frac{\frac{I\omega_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2}}{\frac{\mu N}{R}} = \frac{1}{2} \frac{m + \frac{mR^2}{R^2}}{\frac{\mu N}{R}} \frac{mR^2\omega^2}{m + \frac{mR^2}{R^2} + \frac{m^2}{M}} = \frac{mR^2\omega^2}{\frac{\mu N}{R} (2 + \frac{m}{M})}$$

6. Если  $L < l$ , то  $L$  – искомый тормозной путь (машинка вылетит с платформы),  
если  $L > l$ , то  $l$  – искомый тормозной путь.

#### ***Система оценивания задачи:***

Написан закон сохранения энергии из п. 1 – **2 балла**

Написан закон сохранения импульса из п. 2 – **1 балл**

Выражена скорость  $v_1$  или  $v_1^2$  – **1 балл**

Найден момент инерции колеса – **1 балл**

Написано, чему равна сила трения качения – **1 балл**

Записана теорема об изменении кинетической энергии – **1 балл**

Найден тормозной путь, который нужно пройти, чтобы остановиться – **1 балл**

Дан ответ из пункта 6 – **2 балла**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***

### 3. «Поход»

Компания ребят решила пойти в поход и захватить с собой специальную сумку-морозилку, в которой с помощью специальных аккумуляторов холода поддерживают постоянную температуру  $T_0 = -23^\circ\text{C}$ . Когда ребята разбили лагерь на берегу реки, они решили в специальных формочках заготовить лёд. Чтобы оценить время замерзания, они поставили формочки с водой в камеру на некоторое время. Оказалось, что в первой формочке вода охладилась от  $17^\circ\text{C}$  до  $15^\circ\text{C}$  за 4 минуты. За какое время вода в формочке замёрзнет? Теплоёмкостью сумки пренебречь. Начальная температура замерзания воды  $0^\circ\text{C}$ . Удельная теплоёмкость воды  $c_1 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}}$ ,  $\lambda = 3,4 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ .

#### **Возможное решение:**

1.  $Q = \lambda m$  – количество теплоты, необходимое отвести от воды, чтобы она кристаллизовалась.
2. Грубая оценка: отводимая мощность постоянная  $Q = Pt \Rightarrow Pt = \lambda m$ ,  $Pt_1 = cm(T_1 - T_2)$ , где  $t_1 = 4$  мин. Тогда  $t = \frac{\lambda}{c(T_1 - T_2)} t_1 = 162$  мин.
3. Более точная оценка: отводимая мощность прямо пропорциональна разности температур между водой и морозилкой:  $P = \alpha(T - T_0)$ , где  $T$  – текущая температура воды. То есть, отводимая мощность будет меняться при охлаждении воды. Поскольку при охлаждении воды от  $17^\circ\text{C}$  до  $15^\circ\text{C}$  температура меняется не сильно, то можно мощность на этом отрезке оценить средней мощностью, равной  $P_1 = \alpha(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0)$ , где  $T_1 = 17^\circ\text{C}$ ,  $T_2 = 15^\circ\text{C}$ .
4. Тогда имеем  $P = \alpha(T - T_0)$ ,  $T = 0^\circ\text{C}$ ,  $Pt = \lambda m$ ,  $P_1 t_1 = cm\Delta T \Rightarrow t = \frac{\lambda(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0)}{c(T_1 - T_2)(T - T_0)} t_1 = 275$  мин.

#### **Система оценивания задачи:**

Найдено выражение из п.1 – **1 балл**

Проведена грубая оценка времени – **2 балла**

Учтена зависимость отводимой мощности от температуры и проведена более точная оценка отводимой мощности из п.3 – **3 балла**

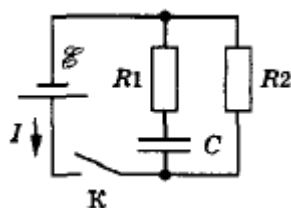
Написано конечное выражение для времени при более точной оценке – **3 балла**

Дан верный ответ – **1 балл**

**Максимальный балл за полное решение – 10 баллов**

#### 4. «Схема»

Дана схема (см. рисунок). До замыкания ключа ток в цепи отсутствует. Сразу после замыкания ток равен 120 А, а через длительное время – 120 А. Определите, какой ток будет течь по цепи сразу после размыкания ключа, если емкость конденсатора  $C = 1$  мФ, а ЭДС  $\varepsilon = 100$  В.



#### **Возможное решение:**

1. Сразу после замыкания ключа ток будет идти по всей цепи (будет заряжаться конденсатор, поэтому  $I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$ ).
2. Через большой промежуток времени конденсатор зарядится, через него прекратит течь ток, поэтому  $I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2}$ .
3. Из пункта 1 и 2 можно найти сопротивления.  $R_1 = 1$  Ом,  $R_2 = 5$  Ом.
4. Напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе через длительное время после замыкания будет равно напряжению на резисторе 2:  $U_c = I_2 \cdot R_2 = \varepsilon$ .
5. Сразу после размыкания цепи конденсатор станет источником тока с ЭДС равным  $\varepsilon$ . Соединение резисторов будет последовательным  $\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} = 16, (6) \text{ А}$ .

#### **Система оценивания задачи:**

Найден ток  $I_1$  – **2 балла**

Найден ток  $I_2$  – **2 балла**

Выражены сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  – **2 балла**

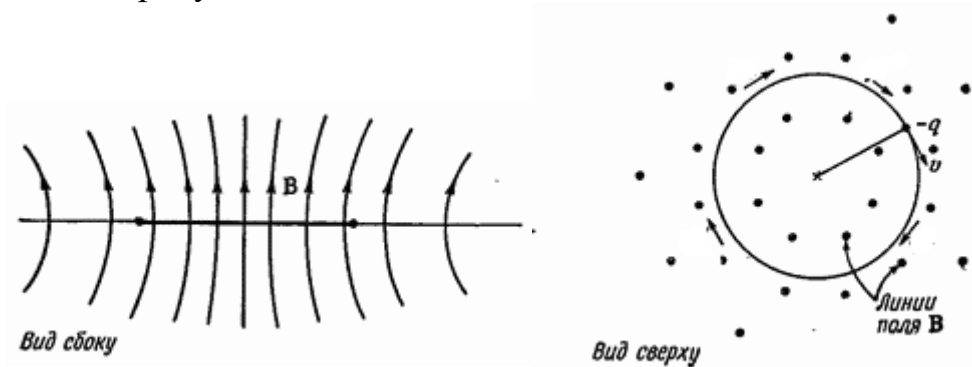
Найдено напряжение на конденсаторе перед размыканием – **2 балла**

Найден конечный ток  $I$  – **2 балла**

**Максимальный балл за полное решение – 10 баллов**

## 5. «Электрон»

При каком условии не будет меняться радиус кривизны траектории электрона при движении в возрастающем магнитном поле? Поле растёт медленно, оно симметрично относительно центра окружности и имеет такую конфигурацию, как показано на рисунке.



### Возможное решение:

1. Магнитное поле симметрично относительно центра окружности и зависит от расстояния до оси симметрии. Меняющееся магнитное поле создает электрическое поле  $E$ , касательное к орбите электрона, которое будет двигать его по окружности. Вследствие симметрии это электрическое поле всюду на окружности принимает одну и ту же величину. Пусть орбита электрона равна  $r$ .
2.  $\varepsilon_i = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|$ ,  $\varepsilon_i = \frac{A_{\text{э}}}{q} = \sum_i E \Delta l_i$ , где  $\Delta l_i$  – элемент траектории движения электрона.
3.  $\sum_i E \Delta l_i = E \cdot 2\pi r$ ,  $\Delta\Phi = \Delta B_{\text{ср}} \cdot \pi r^2$ , где  $B_{\text{ср}}$  – среднее магнитное поле внутри окружности.
4. Получаем  $E = \frac{r \Delta B_{\text{ср}}}{2 \Delta t}$ .
5. Под действием электрической силы электрон будет ускоряться:  $qE = \frac{m \Delta v}{\Delta t}$ .
6.  $\frac{m \Delta v}{\Delta t} = q \frac{r \Delta B_{\text{ср}}}{2 \Delta t}$
7. На электрон действует сила Лоренца, которая меняет скорость по направлению  $qvB_0 = \frac{mv^2}{r}$ , где  $B_0$  – магнитная индукция на орбите электрона.
8.  $B_0 = \frac{mv}{qr}$ , то есть  $B_0 \sim v$ . Сравнивая п.6 и п.8, получим, что  $\Delta B_{\text{ср}} = 2\Delta B_0$ . Т. е. для неизменности радиуса орбиты электрона нужно, чтобы среднее магнитное поле внутри орбиты росло в два раза быстрее магнитного поля на самой орбите.

***Система оценивания задачи:***

Указано, что вихревое поле будет одинаковым на окружности – **1 балл**

Написано определение ЭДС индукции – **1 балл**

Найдена работа вихревого поля по контуру – **1 балл**

Найден поток из п.3 – **1 балл**

Получено выражение из п.4 – **1 балл**

Найдено выражение в п.5 – **1 балл**

Найдено выражение из п.6 – **1 балл**

Найдено выражение из пункта 7 – **1 балл**

Найдена связь средней индукции и индукции на орбите – **2 балл**

***Максимальный балл за полное решение – 10 баллов***