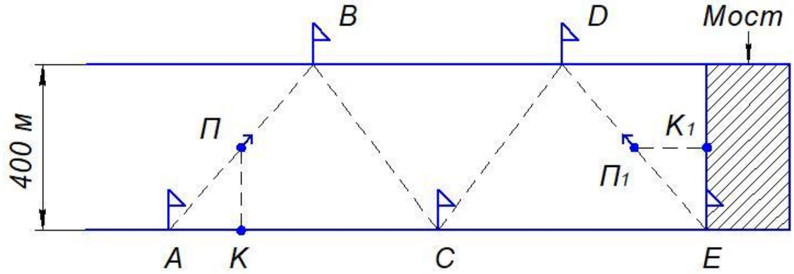
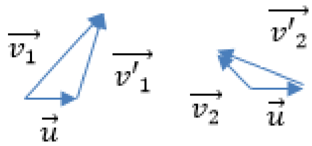
1. «Эстафета на реке»

   На берегу стоит кинооператор, который при движении от старта (А) находится напротив пловца (П) в реке (К). Контрольные точки находятся на одинаковом расстоянии так, как показано на рисунке. С какой по модулю скоростью плыл пловец относительно воды, расстояние между флажками AB=BC=CD=DE=500 м, ширина реки 400 м. При движении по течению кинооператор идёт со скоростью 3 км/ч. Когда пловец поплыл обратно ($П_1$), кинооператор решил поменять ракурс и решил быть напротив пловца вдоль реки ($К_1$) и двигаться с той же со скоростью 3 км/ч. Пловец плывёт с одной и той же по модулю скоростью относительно воды и чётко в направлении следующей контрольной точки относительно берега. В оба направления скорость пловца относительно воды по модулю не меняется.



Возможное решение:

1. Нарисуем векторные диаграммы для данного движения, где $\overrightarrow{v_1}$ – скорость пловца при движении по течению в СО-берег, $\overrightarrow{v_2}$ – скорость пловца при движении против течения в СО-берег, v_1' и v_2' - скорости пловца в СО-вода при движении по и против течения соответственно, $\vec{u}$ – скорость течения воды в СО-берег.



2. $\overrightarrow{v_1} = \vec{u} + \overrightarrow{v'_1}$; $\vec{u} + \overrightarrow{v'_2} = \overrightarrow{v_2}$ (1)

   По условию $v_1' = v_2{}'$ (2)

3. Введём систему координат ОХУ, где ОХ направлена по течению, а ОУ перпендикулярно берегу.

4. Скорость кинооператора по условию совпадает с соответствующими проекциями скорости пловца при движении по и против течения $v_{1x} = 3\frac{\text{км}}{\text{ч}} = v_{2y}$ (3)

   Тогда из (1) и (2) следует:

   $v_{1x} = u + v'_{1x};\ v'_{1y} = v_{1y};\ v_{2x} = v'_{1x} - u;\ v'_{2y} = v_{2y}$ (4)

$(v'_{1x})^2 + (v'_{1x})^2 \ = (v'_{2x})^2 + \left(v'_{2y}\right)^2$(5)

$l = 500$ м; $l_1 = 400$ м; $l_2 = \sqrt{l^2 - l_1^2} = 300$ м (6)

5. При движении по течению $l_1 = v_{1y}t_1$; $l_2 = v_{1x}t_1$=>$v_{1y} = \frac{l_1}{l_2}v_{1x}$ (7)

   При движении против течения $l_1 = v_{2y}t_2$; $l_2 = v_{2x}t_2$=>$v_{2x} = \frac{l_2}{l_1}v_{2y}$. (8)

   Решая систему уравнений получим, что

$$u = 1{,}04\,\frac{\text{км}}{\text{ч}};\ v'_1 = 4{,}45\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Система оценивания задачи:

Сделаны векторные диаграммы и записаны уравнения (1) и (2) – **2 балла**

Найдено соотношение (3) – **1 балл**

Получены соотношения (4) – **1 балл**

Получено соотношение (5) – **1 балл**

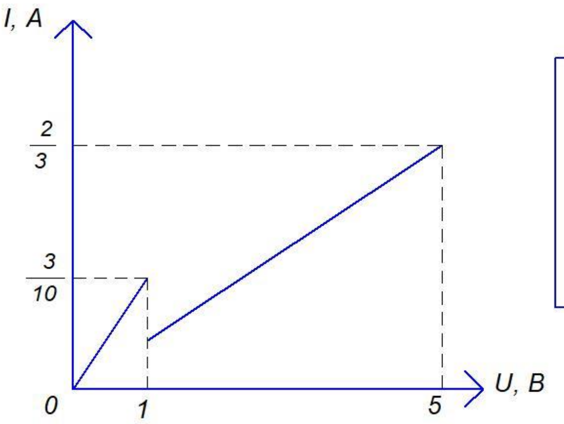
Получено соотношение между проекциями (7) и (8) – **3 балла**

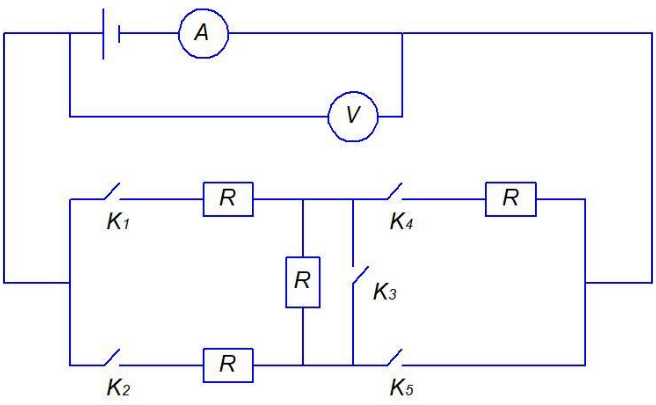
Найдена скорость пловца относительно воды – **2 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

2. «Внеурочные занятия»

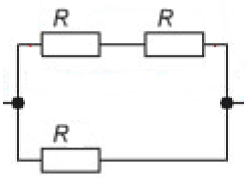
   На внеурочных занятиях по физике Митя и Костя собрали схему, показанную на рисунке. Костя решил взять одинаковые сопротивления по R=5 Ом каждое, а источник Мите выдали с ручкой регулировки напряжения от 0 В до 5 В. При измерении Костя решил пошутить и перемкнул ключи, а после измерений быстро вернул всё в начальное положение схему. Митя догадался, что что-то не чисто по графику зависимости силы тока от напряжения. Помогите Мите разобраться:
   - В какой момент Костя изменил цепь?
   - Какое было изначальное подключение?
   - Какое было подключение в конце?





Возможное решение:

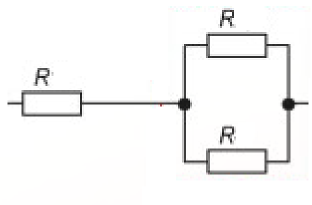
1. На графике видны два прямолинейных участка, оба проходят через начало координат, следовательно на каждом из них соединение было постоянно, но углы наклона разные, значит в момент, когда напряжение было равно 1 В, Костя поменял включение.
2. $R_{0_1} = \frac{10}{3}$ Ом – общее сопротивление внешней цепи в начальном подключении. Оно дробное, причём меньше R => соединение было параллельным. Можно представить $R_{0_1} = \frac{2*5}{3} = \frac{2R^2}{3R}$. Такое сопротивление соответствует эквивалентной схеме:

   Такое подключение соответствует только случаю, когда ключи К1, К2, К5 замкнуты, а К3, К4 разомкнуты.

3. $R_{0_2} = \frac{15}{2}$ Ом, так как это сопротивление больше R и дробное, следовательно соединение смешанное.

   Можно представить $R_{0_2} = \frac{3*5}{2} = \frac{3R^2}{2R} = \frac{R}{2} + R$. Такое сопротивление соответствует эквивалентной схеме:

   Такое подключение соответствует случаю, когда либо ключи К1, К2, К3, К4 замкнуты, а К5 разомкнут, либо К1, К4, К5 замкнуты, К2, К3 разомкнуты.

Система оценивания задачи:

Показано из графика, когда Костя изменил схему – **1 балл**

Показано, как можно представить сопротивление R_{0_1} – **1 балл**

Показано, что сопротивление $R_{0_1} < R$ и соединение параллельное – **1 балл**

Нарисована эквивалентная схема, соответствующая этому сопротивлению – **1 балл**

Найдено начальное подключение – **1 балл**

Показано, что сопротивление $R_{0_2} > R$ и соединение смешанное – **1 балл**

Показано, как можно представить сопротивление R_{0_2} – **1 балл**

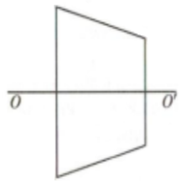
Нарисована эквивалентная схема, соответствующая этому сопротивлению – **1 балл**

Найдено начальное подключение – **2 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

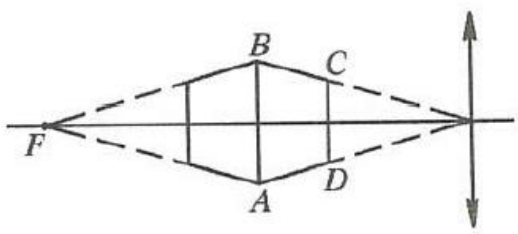
3. «Кораблик»

Маша изучала изображения предметов в тонкой линзе. Она вырезала из бумаги кораблик в форме трапеции. Сначала Маша расположила его так, что основания кораблика перпендикулярны оптической оси тонкой линзы. Линза создаёт мнимое изображение кораблика с теми же самыми углами. Если повернуть кораблик на 180 градусов вокруг его большего основания, то линза создаёт его прямоугольное изображение. С каким увеличением изображается самая большая сторона.



Возможное решение:

1. Первое положение: продолжение боковых сторон кораблика пересекается в оптическом центре линзы, иначе углы получившегося изображения будут другими, так как лучи преломятся.
2. Второе положение: прямоугольник получится только тогда, когда после преломления в линзе лучи от боковых сторон будут идти параллельно главной оптической оси, следовательно продолжение боковых сторон кораблика пересекаются в фокусе линзы. Таким образом, сторона AB находится на расстоянии $d = \frac{F}{2}$; $|f| = F$ и $\Gamma = \frac{|f|}{d} = 2$.



Система оценивания задачи:

Показано, что те же углы получатся только без преломления лучей, идущих вдоль BC и AD, т.е. они сходятся в оптическом центре линзы – **3 балла**

Показано, что линза собирающая – **1 балл**

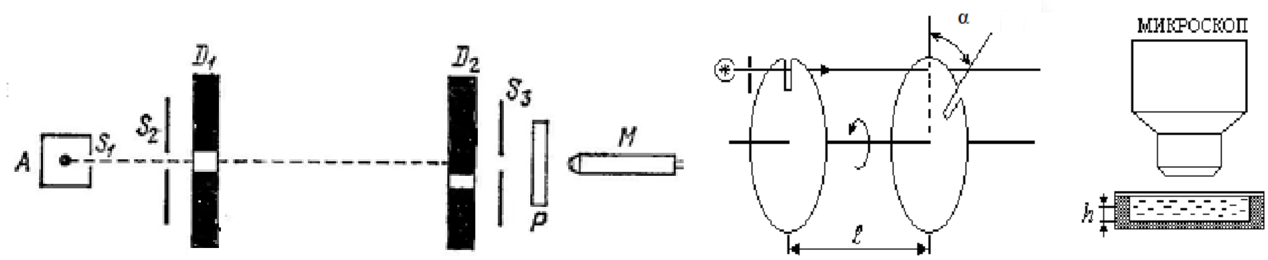
Показано построением или рассуждением, что после поворота продолжения сторон должны сходится в фокусе – **3 балла**

Найдено увеличение, с которым изображена большая сторона – **3 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

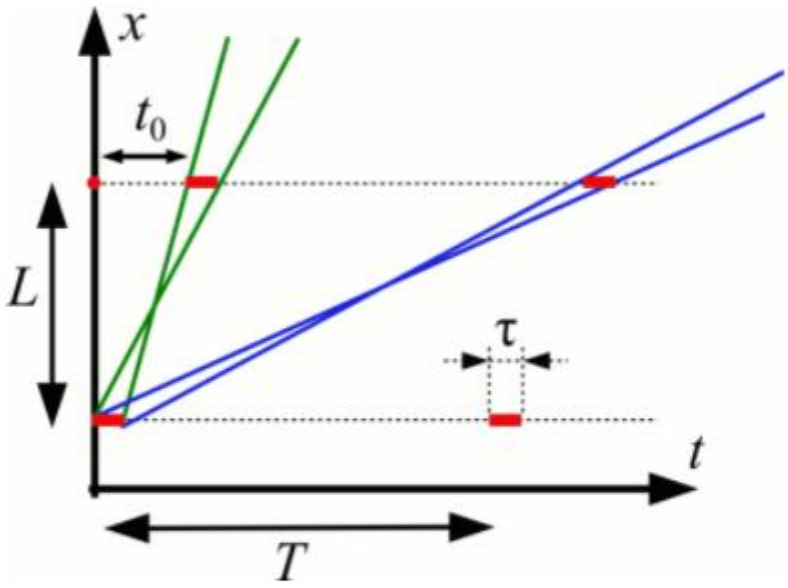
4. «Селектор скоростей»

   Дж. Элдридж (1927 г.) и Б. Ламмерт (1926-1929) создали селекторы скоростей, работающие на принципе зубчатого колеса (с одной прорезью), предназначенные для измерения скоростей, с которыми движутся молекулы. Идея опыта схематически изображена на рисунке. Пучок молекул из печи A (атомы металла, вылетающие из печи с температурой T) сужался на щелях S_1, S_2, S_3 и попадал на вращающиеся зубчатые диски D_1 и D_2. Прорези у зубчатых дисков смещены на угол $\alpha = 1°$. Пока зубчатые диски не вращаются, атомы не проходят к регистрирующей пластинке P (не осаждаются), поскольку при прохождении щели одного диска попадают на зуб второго. Если диски вращаются, то через некоторое время на пластине P образуется слой металла из печи. По количеству атомов, осажденных на пластине P (толщина слоя наблюдается в микроскоп), можно судить о количестве молекул, обладающих данной скоростью. Какой скоростью может обладать частица, прошедшая через селектор скоростей? Угловая скорость вращения дисков $\omega = 10^4\,\frac{\text{об}}{\text{мин}}$, расстояние между дисками $l = 10$ см. Размер щели мал по сравнению с радиусом колеса.



Возможное решение:

1. Пролететь до детектора могут только те молекулы пучка, скорость которых согласована с вращением дисков.
2. На графике внизу представлены моменты времени, когда каждая щель открывается для атома. Расстояние между дисками равно l, $t_0 = \frac{\omega}{\gamma}$ - время между последовательным открыванием соседних щелей. Промежутки времени T между открыванием одной и той же щели $T = \delta t_0$. Красным выделены промежутки длительностью $\tau = \beta t_0$, в течение которых щель открыта. Обозначения δ и β введены для краткости, чтобы можно было пользоваться единственной величиной масштаба времени t_0. Параметр β далее будем считать малым, пренебрегая везде β^2 по сравнению с β.



Координаты и моменты времени открывания двух щелей

3. Самая быстрая группа частиц успеет проскочить вторую щель сразу вслед за первой щелью, а следующая группа попадет во вторую щель только после лишнего оборота диска. Зеленые линии на картинке показывают координатно-временную зависимость самых быстрых и самых медленных частиц первой группы: они проходят путь l за промежуток времени, лежащий в интервале $(t_0 - \tau;\, t_0 + \tau)$. Тогда скорости частиц первой группы лежат в интервале:

$$\left(\frac{l}{t_0+\tau};\frac{l}{t_0-\tau}\right) = \left(\frac{l}{t_0(1+\beta)};\frac{l}{t_0(1-\beta)}\right) \cong \left(\frac{l(1-\beta)}{t_0};\frac{l(1+\beta)}{t_0}\right)$$

(здесь мы пренебрегали β^2 по сравнению с единицей)

4. Введём скорость $v_1 = \frac{l}{t_0} = \frac{l\alpha}{\omega}$ – средняя скорость молекул первой группы. Тогда скорости этой группы отличаются от v_0 на $\Delta v_1 = v_1(1+\beta) - v_0(1-\beta) = 2v_1\beta$

5. Пусть вторая группа имеет среднюю скорость $v_2 = \frac{l}{t_0+\mathrm{T}} = \frac{l}{t_0+\delta t_0} = \frac{v_1}{1+\delta}$. Тогда скорости этой группы лежат в интервале:

$$\left(\frac{l}{t_0(1+\delta+\beta)};\frac{l}{t_0(1+\delta-\beta)}\right) \cong \left(\frac{l(1+\delta-\beta)}{t_0(1+\delta)^2};\frac{l(1+\delta+\beta)}{t_0(1+\delta)^2}\right)$$

и отличаются от v_2 на $\Delta v_2 = \frac{\Delta v_1}{(1+\delta)^2}$.

Аналогично находятся интервалы для скоростей из к-ой группы

$v_к = \frac{v_1}{1+(к-1)\delta}$ и приращение к этой средней скорости $\Delta v_к = \frac{\Delta v_1}{(1+(к-1)\delta)^2}$.

Система оценивания задачи:

Сказано, какие молекулы могут пролететь через отверстия в колёсах, и найдена скорость v_1 – **1 балл**

Введен параметр β – **1 балл**

Указано, что β^2 настолько мал, что им можно пренебречь по сравнению с 1 – **1 балл**

Приведён график x(t) (приведено рассуждение, аналогичное ему по смыслу) – **2 балла**

Найден диапазон скоростей первой группы – **2 балла**

Найден диапазон скоростей второй группы – **1 балл**

Найден интервал скоростей для к-ой группы в общем виде – **2 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

5. «Чайники»

   Два чайника с одинаковым количеством воды и снятыми крышками поставили на одинаковые газовые конфорки. Оцените, что быстрее: нагревание воды от 20°С до 30°С в широком чайнике или от 90°С до 100°С в узком? Широкий чайник имеет в два раза больший диаметр, чем узкий. Температура окружающей среды равна 18°С.

Возможное решение:

1. $P = P_0 - P^{\uparrow}$, где P – итоговая мощность нагревателя, идущая на нагревание, P_0 – мощность газовой плиты, $P^{\uparrow}$ - мощность, уходящая в окружающую среду.
2. $P\Delta t = P_0\Delta t - \sum_i P^{\uparrow}\Delta t_i$ – количество теплоты, необходимое для нагревания воды в чайнике в течение промежутка Δt.
3. $P^{\uparrow} = \alpha S(T - T_0)$: тепловая мощность, уходящая в окружающую среду, линейно зависит от температуры, следовательно можно на промежутке от 20°С до 30°С взять среднюю мощность, соответствующую температуре $T_1 = 25°\text{C}$, и от 90°С до 100°С взять среднюю мощность, соответствующую $T_2 = 95°\text{C}$.
4. Для широкого и узкого чайника соответственно: $P_1\Delta t_1 = P_0\Delta t_1 - P^{\uparrow}{}_{25}\Delta t_1;\ P_2\Delta t_2 = P_0\Delta t_2 - P^{\uparrow}{}_{95}\Delta t_2$
5. Количество теплоты, необходимое для нагревания воды, равно $P_1\Delta t_1 = P_2\Delta t_2$.
6. $P_1 = P_0 - P^{\uparrow}{}_{25}; P_2 = P_0 - P^{\uparrow}{}_{95}$=>$P_2 - P_1 = \alpha S(\frac{T_2}{2} - T_1 + \frac{T_0}{2})$>0 =>$\Delta t_1 > \Delta t_2$ нагревание воды в узком чайнике будет быстрее.

Система оценивания задачи:

Записано выражение для итоговой мощности нагревания воды – **2 балла**

Записано выражение для нахождения количества теплоты, необходимого для нагревания воды за промежуток времени – **2 балла**

Указано, как мощность теплопотерь зависит от разности температур и площади поверхности – **2 балла**

Введена средняя мощность на промежутке температур – **2 балла**

Сказано, что количество теплоты, необходимое для нагревания воды на одну и ту же разность температур, одинаковое – **1 балл**

Найдено соотношение времён для нагревания – **1 балл**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов